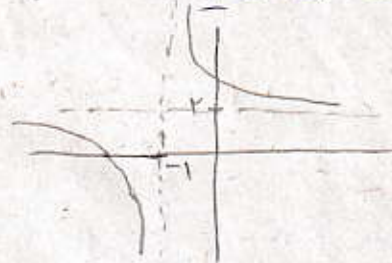


۱۹

پروهام شرعی

۱- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید.



الف) $\lim_{x \rightarrow -2.5^+} \frac{2x+5}{x+1} = 3$ ✓

ب) $\lim_{x \rightarrow -2.5^-} \frac{2x+5}{x+1} = 3$ ✓

ج) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+1} = 3$ ✓

(۲)

د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+7}{[x]} = \frac{2 \times 0 + 7}{[0^+]} = \frac{7}{0^+} = +\infty$
 حد وجود ندارد ✓
 منفی مطلق

۲- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} 4[x] - 2 = 4[2^-] - 2 = 4 \times 1 - 2 = 2$ ✓

$$ب) \lim_{n \rightarrow 2^-} [\sqrt[n]{n-2}] = [\sqrt[2]{2 \times 2 - 2}] = 1 \quad \checkmark$$

$$ج) \left[\lim_{n \rightarrow 2^-} \sqrt[n]{n-2} \right] = 1 \quad \checkmark$$

$$د) \left[\lim_{n \rightarrow 2^+} \sqrt[n]{n-2} \right] = 1 \quad \checkmark$$

۳- حاصل صفای زیر را محاسبه کنید.

$$الف) \lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt[n]{n} + 1}{2} = \frac{\sqrt[2]{2} + 1}{2} = \frac{2 \times 2 + 1}{2} = 2.5 \quad \checkmark$$

$$\rightarrow) \lim_{n \rightarrow 2^-} \left[\frac{\sqrt[n]{n+1}}{2} \right] = \left[\frac{\sqrt[2]{2+1}}{2} \right] = \left[\sqrt[2]{3} \right] = \sqrt{3} \quad \checkmark$$

$$2) \left[\lim_{x \rightarrow c^-} \frac{f(x+1)}{2} \right] = d \quad \checkmark$$

$$3) \left[\lim_{x \rightarrow c^+} \frac{f(x+1)}{2} \right] = d \quad \checkmark$$

۴- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید. (گروه اول درهای دو شاخه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-5}{x^2-4x+5}$

$x \rightarrow 1^+ \quad \frac{-4}{0^-} = +\infty$
 $x \rightarrow 1^- \quad \frac{-4}{0^+} = -\infty$

نزدی $x=1 \rightarrow -4$ $\rightarrow 2x-4$ $\rightarrow 2$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x^2-4x+9}$

$x \rightarrow 3^+ \quad \frac{-1}{0^+} = -\infty$
 $x \rightarrow 3^- \quad \frac{-1}{0^+} = -\infty$

نزدی $x=3 \rightarrow 0$ $\rightarrow (x-3)^2$

۲

۵- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید. (گروه دوم درهای دو شاخه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow -2} [-2x] - [5x]$

$x \rightarrow -2^+ \quad [9^-] - [-15^+] = 1 + 15 = 16$
 $x \rightarrow -2^- \quad [9^+] - [-15^-] = 9 + 15 = 24$

۲

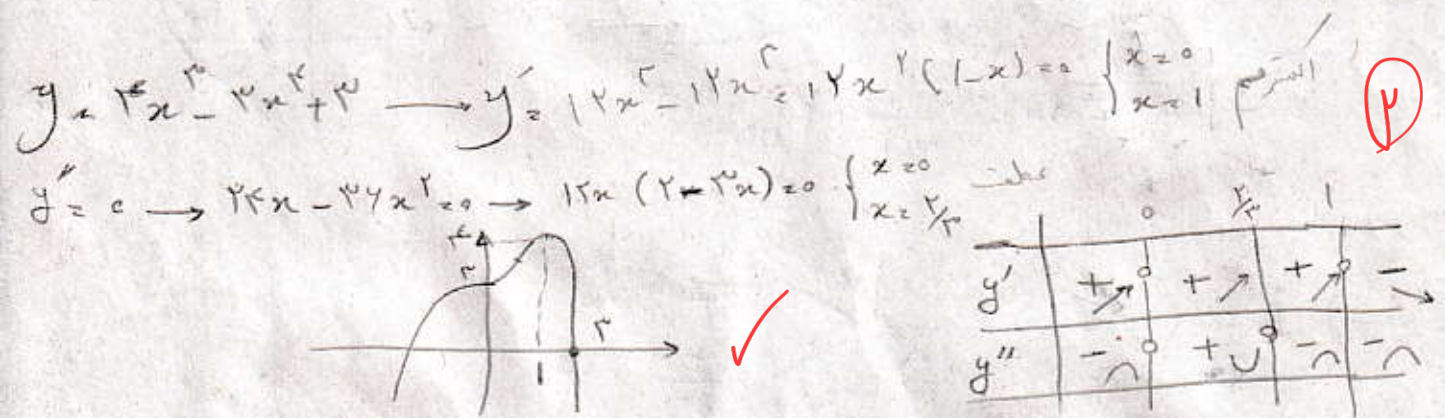
برهان شریعی

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{14})^-} \left[\frac{-1}{x^4} \right] = [-14^+] = -14 \quad \checkmark$$

$$x < -\frac{1}{14} \rightarrow x^4 > \frac{1}{14} \rightarrow \frac{1}{x^4} < 14 \rightarrow \frac{-1}{x^4} > -14$$

۶- حاصل جملات زیر را حساب کنید. (گروه دوم جملات جوشناختی)
میتوانید از رسم شکل تابع کمک بگیرید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} [4x^3 - 3x^4 + 3] \rightarrow [4] = 3 \quad \checkmark$$



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} [4x^3 - 3x^4 + 3] \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} [3^+] = 3 \quad \checkmark$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow 0^-} [3^-] = 3 \quad \checkmark$$

برهان شریعی

۷ - حاصل‌خفا‌ی زیر را محاسبه کنید -

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 8|}{x^2 - 4}$

$$\begin{aligned} x \rightarrow 2^+ & \quad \frac{x^2 - 8}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x^2 + 4 + 2x)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 + 2x + 4}{x+2} = \frac{12}{4} = 3 \\ x \rightarrow 2^- & \quad \frac{8 - x^2}{x^2 - 4} \stackrel{HSP}{=} \frac{-x^2}{2x} = \frac{-12}{4} = -3 \end{aligned}$$

۲

ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$$\begin{aligned} x \rightarrow \pi^+ & \quad \frac{-\sin x}{\sin 2x} = \frac{-\sin x}{2 \sin x \cos x} = \frac{-1}{2 \cos x} = \frac{+1}{2} \\ x \rightarrow \pi^- & \quad \frac{+\sin x}{\sin 2x} = \frac{+\sin x}{2 \sin x \cos x} = \frac{+1}{2 \cos x} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$



۸ - حاصل‌خفا‌ی زیر را محاسبه کنید -

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

$$\begin{aligned} x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+ & \quad \sqrt{\cos \frac{3\pi}{2}^+} = \sqrt{0^+} = 0 \\ x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^- & \quad \sqrt{\cos \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} = \sqrt{0^-} = \text{نن} \end{aligned}$$

۲

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x - 2\sqrt{x}}$

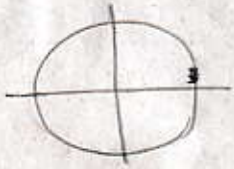
$$\begin{aligned} x \rightarrow 0^+ & \quad \sqrt{x - 2\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{1}{4} - 2\sqrt{\frac{1}{4}}} = \sqrt{\frac{1}{4} - 1} = \sqrt{-\frac{3}{4}} = \text{نن} \\ x \rightarrow 0^- & \quad \text{نن} \end{aligned}$$

زیرا $\sqrt{x}$ حقیقی شود

برهان منطقی

۹- حاصل درهای زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^2 - x^2} = \frac{+1}{x^2 - x^2} = \frac{+1}{0^-} = -\infty$$



if $x \rightarrow 0^+$
 $|x^2 - x^2| < 0$

✓

۲) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - [x^2]}{x - [x]}$

if $x \rightarrow 2^+$ $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2 = 4$

if $x \rightarrow 2^-$ $\frac{x^2 - 3}{x - 1} = \frac{1}{1} = 1$

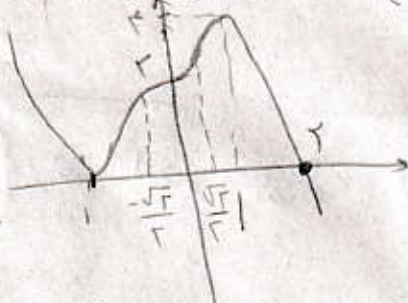
۲

۱۰- نمودار تابع زیر را یک مشتق رسم کنید.

الف) $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$

$y' = 6x^2 - 6x = 0 \rightarrow 6x^2(1 - x) = 0$ استیم $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

$y'' = 12x - 6 = 0 \rightarrow 6(2x - 1) = 0$ عطف $\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$



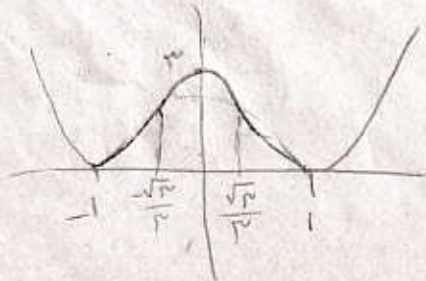
	-1	-1/2	0	1/2	1	
y'	-	+	+	+	+	-
y''	+	+	-	+	-	-
y						

۱

ب) $y = x^4 - 2x^2 + 2$

$y' = 4x^3 - 4x = 0 \rightarrow 4x(x^2 - 1) = 0$ استیم $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

$y'' = 12x^2 - 4 = 0 \rightarrow 4(3x^2 - 1) = 0$ عطف $\begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

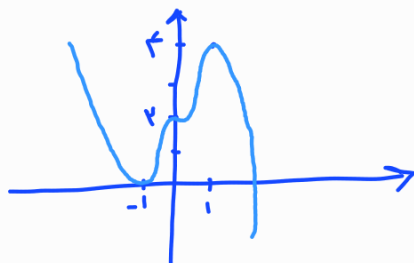


	-1	-sqrt(3)/2	0	sqrt(3)/2	1	
y'	-	+	+	+	+	-
y''	+	+	-	-	+	+
y						

الف) $y = 5x^3 - 3x^2 + 2$

$$y' = 15x^2 - 6x \xrightarrow{y'=0} 15x^2(1-x) = 0 \rightarrow 15x^2(1-x)(1+x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$
y	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$



ب) $y = x^4 - 2x^2 + 1$

$$y' = 4x^3 - 4x \xrightarrow{y'=0} 4x(x^2-1) = 0 \rightarrow 4x(x-1)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	$+$	$+$
y	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$

