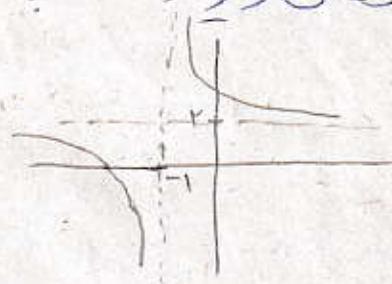


پروهام شرعی

۱- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید.



الف) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+5}{x+1} = 3$

ب) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+5}{x+1} = 3$

ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+5}{x+1} = 3$

د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+7}{[x]} = \frac{2 \times 0 + 7}{[0^+]} = \frac{7}{0^+} = \infty$
 حد وجود ندارد
 منفی مطلق

۲- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} 4[x] - 2 = 4[2] - 2 = 4 \times 2 - 2 = 6$

$$ب) \lim_{n \rightarrow 3^-} [\sqrt[n]{n-2}] = [\sqrt[3]{3-2}] = 1$$

$$ج) \left[\lim_{n \rightarrow 3^-} \sqrt[n]{n-2} \right] = 1$$

$$د) \left[\lim_{n \rightarrow 3^+} \sqrt[n]{n-2} \right] = 1$$

۳- حاصل مدعی بر اعداد کسره

$$الف) \lim_{n \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt[n]{n} + 1}{2} = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{2} = \frac{1.732 + 1}{2} = 1.366$$

$$\rightarrow) \lim_{n \rightarrow 3^-} \left[\frac{\sqrt[n]{n+1}}{2} \right] = \left[\frac{\sqrt[3]{4}}{2} \right] = \left[1.1547 \right] = 1$$

$$2) \left[\lim_{x \rightarrow c^-} \frac{f(x+1)}{2} \right] = d$$

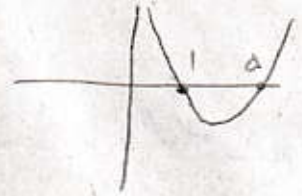
$$3) \left[\lim_{x \rightarrow c^+} \frac{f(x+1)}{2} \right] = d$$

۴- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید. (گروه اول درهای دو شاخه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-5}{x^2-4x+5}$

$x \rightarrow 1^+ \quad \frac{-4}{0^-} = +\infty$
 $x \rightarrow 1^- \quad \frac{-4}{0^+} = -\infty$

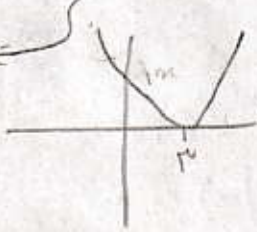
نزدی $x=1 \rightarrow 2x-4 \rightarrow -2$



ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x^2-4x+9}$

$x \rightarrow 3^+ \quad \frac{-1}{0^+} = -\infty$
 $x \rightarrow 3^- \quad \frac{-1}{0^+} = -\infty$

نزدی $x=3 \rightarrow (x-3)^2$



۵- حاصل درهای زیر را محاسبه کنید. (گروه دوم درهای دو شاخه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow -2} [-2x] - [\Delta x]$

$x \rightarrow -2^+ \quad [9^-] - [-1\Delta^+] = 1 + 1\Delta = 2\Delta$
 $x \rightarrow -2^- \quad [9^+] - [-1\Delta^-] = 9 + 1\Delta = 2\Delta$

برهان شرعی

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \left[\frac{-1}{x^4} \right] = [-14^+] = -14$$

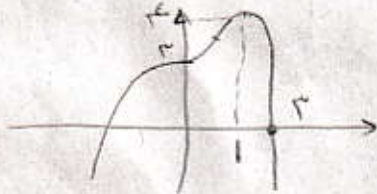
$$x < -\frac{1}{4} \rightarrow x^4 > \frac{1}{14} \rightarrow \frac{1}{x^4} < 14 \rightarrow \frac{-1}{x^4} > -14$$

۶- حاصل جملات زیر را حساب کنید. (گروه دوم جملات جوشناختی)
میتوانید از رسم شکل تابع کمک بگیرید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} [4x^3 - 3x^4 + 3] \rightarrow [4] = 3$$

$$y = 4x^3 - 3x^4 + 3 \rightarrow y' = 12x^2 - 12x^3 = 12x^2(1-x) = 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \quad \text{السترم}$$

$$y'' = 0 \rightarrow 24x - 36x^2 = 0 \rightarrow 12x(2-3x) = 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{نقطه}$$



	0	$\frac{2}{3}$	1	
y'	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	
y''	$\cap$	$\cup$	$\cap$	

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} [4x^3 - 3x^4 + 3] \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} [3^+] = 3$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow 0^-} [3^-] = 3$$

برهان شریعی

۷ - حاصل‌خفا‌ی زیر را محاسبه کنید -

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 8|}{x^2 - 4}$

$$\begin{aligned} x \rightarrow 2^+ & \quad \frac{x^2 - 8}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x^2 + 4 + 2x)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 + 2x + 4}{x+2} = \frac{12}{4} = 3 \\ x \rightarrow 2^- & \quad \frac{8 - x^2}{x^2 - 4} = \frac{-x^2}{0} = \frac{-12}{4} = -3 \end{aligned}$$

ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$$\begin{aligned} x \rightarrow \pi^+ & \quad \frac{-\sin x}{\sin 2x} = \frac{-\sin x}{2 \sin x \cos x} = \frac{-1}{2 \cos x} = +\frac{1}{2} \\ x \rightarrow \pi^- & \quad \frac{+\sin x}{\sin 2x} = \frac{+\sin x}{2 \sin x \cos x} = \frac{+1}{2 \cos x} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



۸ - حاصل‌خفا‌ی زیر را محاسبه کنید -

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

$$\begin{aligned} x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+ & \quad \sqrt{\cos \frac{\pi}{2}^+} = \sqrt{0^+} = 0 \\ x \rightarrow \frac{\pi}{2}^- & \quad \sqrt{\cos \frac{\pi}{2}^-} = \sqrt{0^-} = \text{نن} \end{aligned}$$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x - 2\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} x \rightarrow 0^+ & \quad \sqrt{x - 2\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{1}{4} - 2\sqrt{\frac{1}{4}}} = \sqrt{\frac{1}{4} - 1} = \sqrt{-\frac{3}{4}} = \text{نن} \\ x \rightarrow 0^- & \quad \text{نن} \end{aligned}$$

زیرا $\sqrt{x}$ حقیقی‌شود

برهان مربعی

۹- حاصل مربعی را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(-1)^{\lfloor \sin x \rfloor}}{x^2 - x^2} = \frac{+1}{x^2 - x^2} = \frac{+1}{0^-} = -\infty$$



if $x \rightarrow 0^+$
 $|x^2 - x^2| < 0$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - \lfloor x^2 \rfloor}{x - \lfloor x \rfloor}$

if $x \rightarrow 2^+$ $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2 = 4$

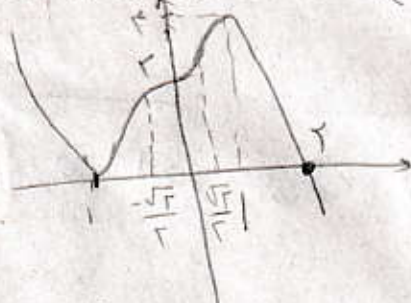
if $x \rightarrow 2^-$ $\frac{x^2 - 3}{x - 1} = \frac{1}{1} = 1$

۱۰- نمودار تابع زیر را یک مشتق رسم کنید.

الف) $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$

$y' = 6x^2 - 6x = 0 \rightarrow 6x^2(1 - x) = 0$ استقر $\begin{cases} x = 0^* \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

$y'' = 12x - 6 = 0 \rightarrow 6(2x - 1) = 0$ عطف $\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

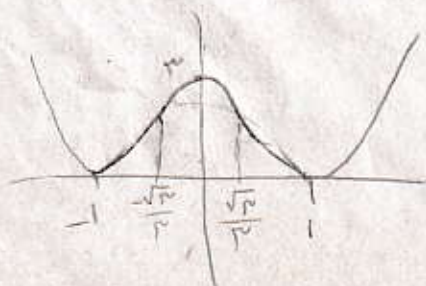


	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	
y'	-	+	+	+	+	-
y''	+	+	-	+	-	-
y						

ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

$y' = 4x^3 - 4x = 0 \rightarrow 4x(x^2 - 1) = 0$ استقر $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

$y'' = 12x^2 - 4 = 0 \rightarrow 4(3x^2 - 1) = 0$ عطف $\begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$



	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	
y'	-	+	+	-	-	+
y''	+	+	-	-	+	+
y						