۱-　جلیس شهبازی　۱۵

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(2{,}01)+5}{2{,}01+1} = \frac{9{,}02}{3{,}01}$

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x\to 2^+} \frac{2(2)+5}{2+1} = \frac{9}{3} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x\to 2^-} \frac{2(2)+5}{2+1} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(1{,}9)+5}{1{,}9+1} = \frac{8{,}8}{2{,}9}$

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} = 3$

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{7}{0}$ تعریف نشده

۱,۵

۲-

الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x]-2 = 4(2)-2 = 6$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = [4(3^-)-2] = [9,\ldots] = 9$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = \cancel{5}$ ۱۵

$\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2} = 5 \quad [5] = 5$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = \lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2} = \cancel{5}$ ۱۵ $\boxed{[5] = 5}$

۱

۳-

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \frac{3[\cancel{3^-}]+1}{2} = 7/2$

ب) $\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = \left[\frac{3(3^-)+1}{2}\right] = [5^-] = 4$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = \lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2} = 5 \quad [5] = 5$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = \lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2} = 5 \quad [5] = 5$

۴

۴-

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-5}{x^2-6x+5}=\frac{-4}{0^-}\begin{cases} x\to 1^+ : \dfrac{\cancel{x-5}}{(x-1)\cancel{(x-5)}}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty \\ x\to 1^- : \dfrac{\cancel{x-5}}{(x-1)\cancel{(x-5)}}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-4}{x^2-6x+9}=\frac{-1}{0^-}\begin{cases} x\to 3^+ : \lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-4}{x^2-6x+9}=\dfrac{x-4}{(x-3)^2}=\dfrac{-1}{(0^+)^2}=-\infty \\ x\to 3^- : \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-4}{(x-3)^2}=\dfrac{-1}{(0^-)^2}=\dfrac{-1}{0^+}=-\infty \end{cases}$$

۲

۵-

$$\lim_{x\to -3}[-3x]-[5x]\begin{cases} \lim\limits_{x\to -3^+}[-3x]-[5x]=\underbrace{[-3(-3^+)]}_{8}-\underbrace{[5(-3^+)]}_{15}=8-15=-7 \\ \lim\limits_{x\to -3^-}[-3x]-[5x]=\underbrace{[-3(-3^-)]}_{9}-\underbrace{[5(-3^-)]}_{16}=-7 \end{cases}$$

۵

ب) $\lim\limits_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left[\dfrac{-1}{x^4}\right]=\left[-\left(\dfrac{1}{(-\frac{1}{2})^-}\right)^4\right]=\left[-\underbrace{(-2^-)^4}_{16^+}\right]=[-16^-]=-17$

۶-

الف) $\lim\limits_{x\to 1}[4x^3-3x^4+3]\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^+}[4x^3-3x^4+3]=3 \\ \lim\limits_{x\to 1^-}[4x^3-3x^4+3]=3 \end{cases}$

$-3x^4+4x^3 \to f' : -12x^3+12x^2=12x^2(1-x)$

	0		1	
+		+		−
↗	3	↗	4	↘

۲

ب) $\lim\limits_{x\to 0}[4x^3-3x^4+3]\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+}[4x^3-3x^4+3]=3 \\ \lim\limits_{x\to 0^-}[4x^3-3x^4+3]=3 \end{cases}$

مشتق: $12x^2-12x^3=12x^2(1-x)$

	0		1	
+		+		−
↗	3	↗	4	

سوال ۵)

الف) $\lim\limits_{x\to -3}[-3x]-[5x]=\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-3)^+}[-3x]-[5x]=8-(-15)=23 \\ \lim\limits_{x\to(-3)^-}[-3x]-[5x]=9-(-16)=25 \end{cases}$

ب) $\lim\limits_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left[\dfrac{-1}{x^4}\right]=-17$

$x<-\frac{1}{2}\to x^4>\frac{1}{16}\to -x^4<\frac{-1}{16}\to -\frac{1}{x^4}>-16$

-۷

$$\lim_{x\to 2}\frac{|x^3-8|}{x^2-4}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}$$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{|x^3-8|}{x^2-4}=\frac{\cancel{|x-2|}\,|x^2+2x+4|}{\cancel{(x-2)}(x+2)}=3$$

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{|x^3-8|}{x^2-4}=\frac{(8-x^3)}{x^2-4}=\frac{\cancel{(2-x)}(4+2x+x^2)}{\underset{-\cancel{(2-x)}}{\cancel{(x-2)}}(x+2)}=-3$$

1,5

$$\lim_{x\to\pi}\frac{|\sin x|}{\sin 2x}$$

$$\lim_{x\to\pi^+}\frac{\sin x}{2\sin x\cos x}=\frac{1}{2\cos x}=\cancel{-\frac{1}{2}}\to\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to\pi^-}\frac{-\sin x}{2\sin x\cos x}=\frac{-1}{2\cos x}=\cancel{\frac{1}{2}}\to\frac{-1}{2}$$

-۸

1,5

الف) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\sqrt{\cos x}$

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^+}\sqrt{\cos x}=0\Rightarrow\sqrt{0^+}=0$$

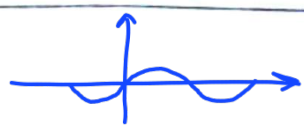
$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^-}\sqrt{\cos x}=\text{ت ن}\Rightarrow\sqrt{0^-}=\text{ت ن}$$

ب) $\lim_{x\to 0}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=$

$$\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\sqrt{0^+-2\sqrt{0^+}}=\sqrt{0}=0$$

$$\lim_{x\to 0^-}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\sqrt{0^--2\underset{\text{ت ن}}{\sqrt{0^-}}}=\sqrt{0^-}=\text{تعریف نشده}$$

-۹



الف) $\lim_{x\to 0^+}\frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2}=\cancel{\frac{(-1)^0}{(0^+)^3-(0^+)^2}}=\cancel{\frac{1}{0}}=\frac{(-1)^0}{x^2(x-1)}=\frac{1}{\cancel{0^+}\to 0^-}=\cancel{+\infty}\to-\infty$

الف) $\lim_{x\to 0^+}\frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(-1)^{[0^+]}}{x^2(x-1)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{0^-}=-\infty$

ب) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-[x^2]}{x-[x]}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-[x^2]}{x-[x]}=\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}}=4$$

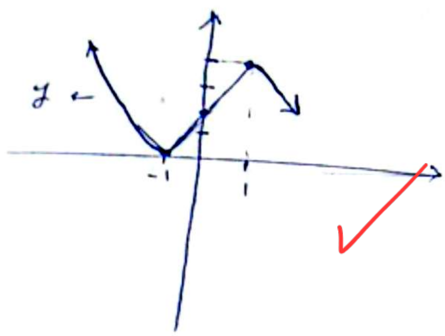
$$\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-[x^2]}{x-[x]}=\frac{x^2-3}{x-1}=\frac{1}{1}=1$$

1,5

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2$

$\dot{y} : 15x^2 - 15x^4 = 15x^2(1 - x^2)$

x		-1		0		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$

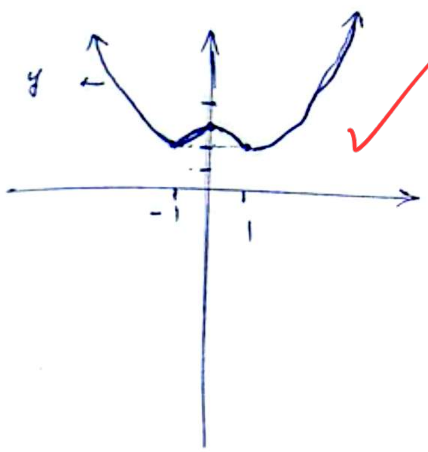


۲

ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

$\dot{y} : 4x^3 - 4x \quad 4x(x^2 - 1)$

x		-1		0		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$



سوال ۸

ب) $\lim_{x \to 0} \sqrt{x - 2\sqrt{x}} =$ تعریف نشده $\qquad x \geq 0 \ (\mathrm{I})$

$x - 2\sqrt{x} \geq 0 \to \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) \geq 0 \to \overset{0 \quad 4}{+ \,|\, - \,|\, +} \to x \geq 4$ یا $x \leq 0 \ (\mathrm{II})$

دامنه : $x = 0$ یا $x \geq 4$ $\leftarrow (\mathrm{I}) \cap (\mathrm{II})$ پس تابع در نقاط اطراف صفر تعریف نمی‌شود.