۱- حسین شهبازی

الف) $\lim_{x \to ۲^+} \frac{۲x+۵}{x+۱} = \frac{۲(۲,۰۱)+۵}{۲,۰۱+۱} = \frac{۹,۰۲}{۳,۰۱}$

ب) $\lim_{x \to ۲^-} \frac{۲x+۵}{x+۱} = \frac{۲(۱,۹)+۵}{۱,۹+۱} = \frac{۸,۸}{۲,۹}$

ج) $\lim_{x \to ۲} \frac{۲x+۵}{x+۱} = \cancel{۴}\ ۳$

د) $\lim_{x \to ۰} \frac{۲x+۷}{[x^۲]} = \frac{۷}{۰}$ تعریف نشده

۲-

الف) $\lim_{x \to ۳^-} ۴[x]-۲ = ۴(۲)-۲ = ۶$

ب) $\lim_{x \to ۳^-} [۴x-۲] = [۴(۳^-)-۲] = [۹,\dots] = ۹$

ج) $\left[\lim_{x \to ۳^-} \frac{۳x+۱}{۲}\right] = ۵$

$\downarrow$

$\lim_{x \to ۳^-} \frac{۳x+۱}{۲} = ۵ \quad [۵] = ۵$

د) $\left[\lim_{x \to ۳^+} \frac{۳x+۱}{۲}\right] = \lim_{x \to ۳^+} \frac{۳x+۱}{۲} = ۵ \quad \boxed{[۵] = ۵}$

۳-

الف) $\lim_{x \to ۳^-} \frac{۳[x]+۱}{۲} = \frac{۳[\overset{۲}{\cancel{۳^-}}]+۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$

ب) $\lim_{x \to ۳^-} \left[\frac{۳x+۱}{۲}\right] = \left[\frac{\overset{۱۰^-}{\cancel{۳(۳^-)+۱}}}{۲}\right] = [۵^-] = ۴$

ج) $\left[\lim_{x \to ۳^-} \frac{۳x+۱}{۲}\right] = \lim_{x \to ۳^-} \frac{۳x+۱}{۲} = ۵ \quad [۵] = ۵$

د) $\left[\lim_{x \to ۳^+} \frac{۳x+۱}{۲}\right] = \lim_{x \to ۳^+} \frac{۳x+۱}{۲} = ۵ \quad [۵] = ۵$

-۴

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-5}{x^2-6x+5}=\frac{-4}{0}\begin{cases} x\to 1^+ & \dfrac{x-5}{(x-1)\cancel{(x-5)}}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty \\ x\to 1^- & \dfrac{x-5}{(x-1)\cancel{(x-5)}}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-4}{x^2-6x+9}=\frac{-1}{0}\begin{cases} x\to 3^+ & \lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-4}{x^2-6x+9}=\dfrac{x-4}{(x-3)^2}=\dfrac{-1}{(0^+)^2}=-\infty \\ x\to 3^- & \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-4}{(x-3)^2}=\dfrac{-1}{(0^-)^2}=\dfrac{-1}{0^+}=-\infty \end{cases}$$

-۵

$$\lim_{x\to -3}[-3x]-[5x]\begin{cases} \lim\limits_{x\to -3^+}[-3x]-[5x]=\underbrace{\cancel{[-3(-3^+)]}}_{8}-\underbrace{\cancel{[5(-3^+)]}}_{15}=8-15=-7 \\ \lim\limits_{x\to -3^-}[-3x]-[5x]=\underbrace{\cancel{[-3(-3^-)]}}_{9}-\underbrace{\cancel{[5(-3^-)]}}_{16}=-7 \end{cases}$$

ب) $$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left[\frac{-1}{x^4}\right]=\left[-\left(\frac{1}{(-\frac{1}{2})^-}\right)^4\right]=\left[-\underbrace{\cancel{(-2^-)^4}}_{16^+}\right]=[-16^+]=17$$

-۶

الف) $$\lim_{x\to 1}[4x^3-3x^4+3]\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^+}[4x^3-3x^4+3]=3 \\ \lim\limits_{x\to 1^-}[4x^3-3x^4+3]=3 \end{cases}$$

$-3x^4+4x^3 \to y' : -12x^3+12x^2=12x^2(1-x)$

		0		1	
	+	0	+	0	−
	↗	3	↗	4	↘

ب) $$\lim_{x\to 0}[4x^3-3x^4+3]\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+}[4x^3-3x^4+3]=3 \\ \lim\limits_{x\to 0^-}[4x^3-3x^4+3]=3 \end{cases}$$

مشتق: $12x^2-12x^3=12x^2(1-x)$

		0		1	
	+	0	+	0	−
	↗	3	↗	4	

۷-

$$\lim_{x\to 2}\frac{|x^3-8|}{x^2-4}=\frac{0}{0}\xrightarrow[\text{ابهام}]{\text{رفع}}\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{|x^3-8|}{x^2-4}=\dfrac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}=3\\[2ex]\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{|x^3-8|}{x^2-4}=\dfrac{(8-x^3)}{x^2-4}=\dfrac{\cancel{(2-x)}(4+2x+x^2)}{\underset{-\cancel{(2-x)}}{\cancel{(x-2)}}(x+2)}=-3\end{cases}$$

$$\lim_{x\to\pi}\frac{|\sin x|}{\sin 2x}\begin{cases}\lim\limits_{x\to\pi^+}\dfrac{\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x}=\dfrac{1}{2\cos x}=-\dfrac{1}{2}\\[2ex]\lim\limits_{x\to\pi^-}\dfrac{-\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x}=\dfrac{-1}{2\cos x}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

۸-

الف) $$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\sqrt{\cos x}\begin{cases}\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}^+}\sqrt{\cos x}=0\Longrightarrow\sqrt{0^+}=0\\[2ex]\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}^-}\sqrt{\cos x}=\text{(ت ن)}\Leftarrow\sqrt{0^-}=\text{(ت ن)}\end{cases}$$

ب) $$\lim_{x\to 0}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\sqrt{0^+-2\sqrt{0^+}}=\sqrt{0}=0\\[2ex]\lim\limits_{x\to 0^-}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\sqrt{0^--2\underset{\downarrow\ \text{ت ن}}{\sqrt{0^-}}}=\sqrt{0^-}=\text{تعریف نشده}\end{cases}$$

۹-

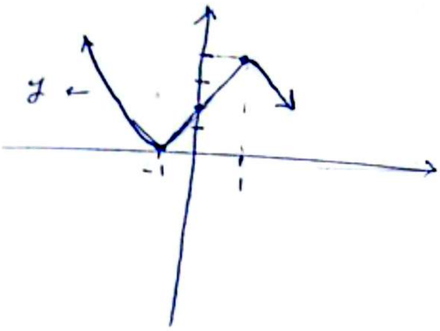
الف) $$\lim_{x\to 0^+}\frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2}=\cancel{\frac{(-1)^0}{(0^+)^3-(0^+)^2}}=\cancel{\frac{1}{\ \ }}=\frac{(-1)^0}{x^2(x-1)}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

ب) $$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-[x^2]}{x-[x]}=\frac{0}{0}\xrightarrow[\text{ابهام}]{\text{رفع}}\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-[x^2]}{x-[x]}=\dfrac{x^2-4}{x-2}=\dfrac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}}=4\\[2ex]\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2-[x^2]}{x-[x]}=\dfrac{x^2-3}{x-1}=\dfrac{1}{1}=1\end{cases}$$

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2$

$y' : 15x^2 - 15x^4 \quad 15x^2(1-x^2)$

x		-1		0		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$



ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

$y' : 4x^3 - 4x \quad 4x(x^2-1)$

x		-1		0		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$