دوازدهم میلان ۸ کلاس شمارهٔ ۱۸ آراد آزادنیا : ۱۵

①
الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$ ✓   ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$ ✓

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$ ✓   د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{2+7}{-1} =$ وجود ندارد $\frac{2+7}{0}$ ✓   ④

②
الف) $\lim_{x\to 2^-} 4[x]-2 = 4-2=2$ ✓   ب) $\lim_{x\to 2^-} [4x-2] = [6^-] = 5$ ✓

ج) $\left[\lim_{x\to 2^-} 4x-2\right] = 6$ ✓   د) $\left[\lim_{x\to 2^-} 4x-2\right] = 6$ ✓ جواب جزء الف اعلام می‌شود بنابراین تا آخر نیاز ندارد   ④

③
الف) $\lim_{x\to 2^-} \frac{3[x]+1}{2} = \frac{3(1)+1}{2} = \frac{4}{2}$ ✓   ب) $\lim_{x\to 3} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = [5^-] = 4$ ✓

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = \frac{3(3)+1}{2} = 5$ ✓   د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = 5$ ✓   ④

④
الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-5}{x^2-6x+5} = \frac{\text{عدد}}{\text{صفر حدی}} = \pm\infty \Rightarrow 1^+ = \frac{-4}{0^-} = +\infty$ ✓ ; $1^- = \frac{-4}{0^+} = -\infty$ ④

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-4}{x^2-6x+9} = \frac{\text{عدد}}{\text{صفر حدی}} = \pm\infty \Rightarrow 3^+ = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ ✓ ; $3^- = \frac{-1}{0^+} = -\infty$
البته مخرج مربع کامل بوده و منفی نمی‌شود

⑤
الف) $\lim_{x\to -3} [-3x]-[5x] = \; -3^+ = [9^-]-[-15^+] = 8-(-15) = 23$; $-3^- = [9^+]-[-15^-] = 9-(-16) = 25$ ✓   ①

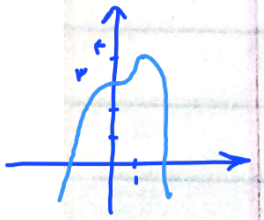
ب) $\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-1}{x^4}\right] = $ ① $x < -\frac{1}{2}$ ⇒ ② $x^4 > \frac{1}{16}$ ⇒ ③ $\frac{1}{x^4} > 16$ ⇒ ④ $-\frac{1}{x^4} < -16$
$\Rightarrow [-16^-] = -17$

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-1}{x^4}\right] = -16$ $x<-\frac{1}{2} \to x^4 > \frac{1}{16} \to -x^4 < \frac{-1}{16} \to -\frac{1}{x^4} > -16$

CamScanner

$y=4x^3-3x^4+3 \to y'=12x^2-12x^3 \xrightarrow{y'=0} 12x^2(1-x)=0 \to \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ $\lim_{x\to 0}[4x^3-3x^4+3] = \begin{cases} \lim_{x\to 0^+}[3^+]=3 \\ \lim_{x\to 0^-}[3^-]=2 \end{cases}$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	+	−	
y	↗	3 ↗	4 ↘	



الف) $\lim_{x\to 1}[4x^3-3x^4+3]$ ، مشتق $\to 12x^2-12x^3$ ، $\begin{matrix} 0 & & 1 \\ - & + & - \end{matrix}$ 6

$x \begin{cases} 1^+ \to [(4-3+3)^-]=3 \\ 1^- \to [(4-3+3)^-]=3 \end{cases}$ ✓

ب) $\lim_{x\to 0}[4x^3-3x^4+3]$ ، مشتق $12x^2-12x^3$ ، $\begin{matrix} 0 & & 1 \\ - & + & - \end{matrix}$ 1

$x \begin{cases} 0^+ \to [3^+]=3 \\ 0^- \to [3^+]=3 \end{cases}$

الف) $\lim_{x\to 2}\frac{|x^3-8|}{x^2-4} = \begin{cases} 2^+ \to \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}=3 \\ 2^- \to \frac{-(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}=-3 \end{cases}$ ✓

ب) $\lim_{x\to \pi}\frac{|\sin x|}{\sin 2x} = \begin{cases} \pi^+ \to \frac{-\sin x}{2\sin x\cos x}=\frac{1}{2} \\ \pi^- \to \frac{\sin x}{2\sin x\cos x}=-\frac{1}{2} \end{cases}$ ✓ 2

الف) $\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}}\sqrt{\cos x} = \begin{cases} \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+ \to 0 \\ \left(\frac{3\pi}{2}\right)^- \to \sqrt{0^-} \end{cases}$ ✓ ← زیر رادیکال منفی ← ندارد

ب) $\lim_{x\to 0}\sqrt{x-2\sqrt{x}}$ ، فاکتور $\to \sqrt{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$ $\begin{matrix} 0 & & 4 \\ & - & + \end{matrix}$ در نزدیکی صفر حد ندارد ✓ 2

الف) $\lim_{x\to 0^+}\frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2} = \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^2(x-1)} \to \frac{(-1)^0}{0^-} = \frac{\text{عدد}}{\text{صفر منفی}} = -\infty$ ✓ 9

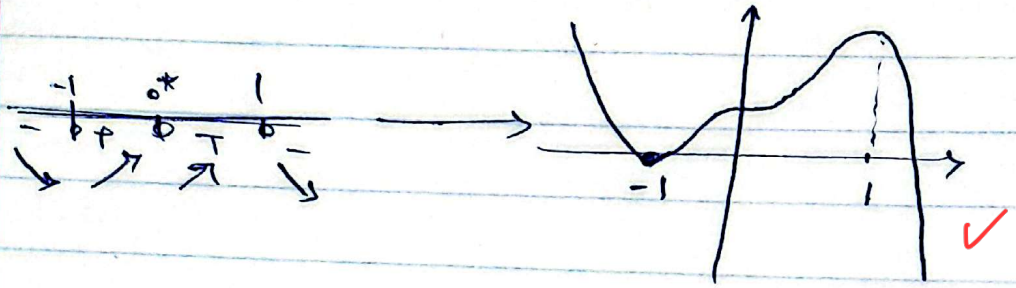
$x>0 \Rightarrow \sin x>0 \to [\sin x]=0$

ب) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-[x^2]}{x-[x]} = \begin{cases} 2^+ \to \frac{x^2-[4^+]}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \\ 2^- \to \frac{x^2-[4^-]}{x-1} = 1 \end{cases}$ ✓ 2

(۱۰)

الف) $y = 5x^5 - 3x^3 + 2 \Rightarrow y' = 15x^4 - 15x^2$

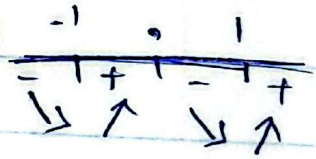
$15x^2(1-x^2)$

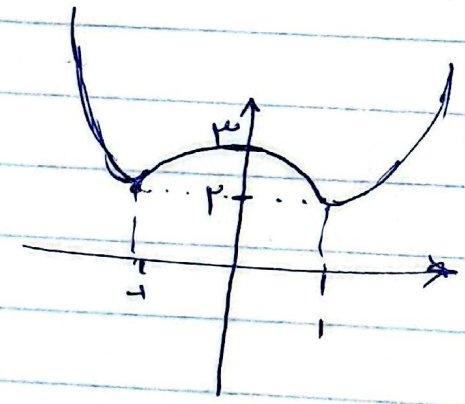


✓

۴

ب) $y = x^4 - 2x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1)$





✓

$y=1 \Rightarrow x = 2$

$y=0 \Rightarrow x = 2$

$y=-1 \Rightarrow x = 2$