Subject: Date: ۱۶٫۷۵

شتابداغی

(۱

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x\to 2^+} \frac{2(2)+5}{(2)+1} = \frac{9}{3} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x\to 2^-} \frac{2(2)+5}{(2)+1} = 3$

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{2(0)+7}{[0^+]} = \frac{7}{0} = \infty$ (تعریف نشده)

۲

(۲

الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x]-2 = \lim_{x\to 3^-} 4[3^-]-2 = 4(2)-2 = 6$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = \lim_{x\to 3^-} [4(3)-2] = \lim_{x\to 3^-} [10^-] = 9$

$x<3 \Rightarrow 4x<12 \Rightarrow 4x-2<10$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} 4x-2\right] = \left[\lim_{x\to 3^-} 4(3)-2\right] = [10] = 10$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} 4x-2\right] = [4(3)-2] = [10] = 10$

۲

(۳

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \lim_{x\to 3^-} \frac{3(2)+1}{2} = \frac{7}{2}$

$(2<x<3 \Rightarrow [x]=2)$

ب) $\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = \left[\frac{3(3)+1}{2}\right] = [5^-] = 4$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\frac{3(3)+1}{2}\right] = [5] = 5$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\frac{3(3)+1}{2}\right] = [5] = 5$

۲

(۴

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-5}{(x-1)(x-5)} = \lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1}$ → $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$, $\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{0^-} = \boxed{-\infty}$ (حد ندارد)

۲

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-4}{(x-3)^2}$ → $\lim_{x\to 3^+} \frac{-1}{0^+} = \boxed{-\infty}$, $\lim_{x\to 3^-} \frac{-1}{0^+} = \boxed{-\infty}$ (حد ندارد)

Subject: Date:

Mo Tu We Th Fr Sa Su

جواب ۵

۵) الف) $\lim\limits_{x\to -3} [-3x]+[5x]$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to -3^+}\left([-3x]+[5x]\right) = [9^-]+[-15^+] = 8-15 = -7 \\ \lim\limits_{x\to -3^-}\left([-3x]+[5x]\right) = [6^+]+[-15^-] = 6-16 = -10 \end{cases}$$

۱

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to -3}\left([-3x]+[5x]\right) = \boxed{-10}$ (حد دارد)

الف) $\lim\limits_{x\to -3} [-3x]-[5x] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to (-3)^+} [-3x]-[5x] = 8-(-15) = 23 \\ \lim\limits_{x\to (-3)^-} [-3x]-[5x] = 9-(-16) = 25 \end{cases}$

ب) $\lim\limits_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-1}{x^4}\right] = [-16^+] = \boxed{-16}$

$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^4 > \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{x^4} < 16 \Rightarrow \frac{-1}{x^4} > -16$

۶) (ابتدا نمودار را رسم کرده و سپس حد را ... (حد دارد))

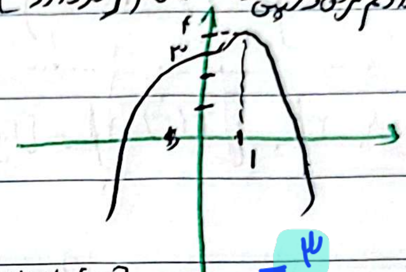
الف) $\lim\limits_{x\to 1} [4x^3-3x^4+3] = [4^-] = \boxed{3}$

$y = 4x^3-3x^4+3 \xRightarrow{\text{مشتق}} y' = 12x^2-12x^3 = -12x^2(x-1)$

تعیین علامت مشتق

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+		+		−	
y		↗	$\boxed{3}$	↗	$\boxed{4}$	↘	

نقطه عطف تابع



۱,۷۵

ب) $\lim\limits_{x\to 0} [4x^3-3x^4+3]$

$\lim\limits_{x\to 0^+} [4x^3-3x^4+3] = [3^+] = \boxed{3}$ — ۳

$\lim\limits_{x\to 0^-} [4x^3-3x^4+3] = [3^-] = \boxed{2}$ — ۲

(حد ندارد)

(نمودار عبارت داخل براکت همان نمودار بالا است)

الف) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{|x^3-8|}{x^2-4}$

$x>2 \Rightarrow x^3>8 \Rightarrow x^3-8>0$

$x<2 \Rightarrow x^3<8 \Rightarrow x^3-8<0$

$\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\frac{|x^3-8|}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(\frac{x^3-8}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}\right) = \frac{8}{4} = \boxed{2}$; $\frac{12}{4} = 3$

$\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\frac{|x^3-8|}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^-}\left(-\frac{x^3-8}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^-}\left(-\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}\right) = -\frac{8}{4} = \boxed{-2}$; $\frac{-12}{4} = -3$

(حد ندارد)

PINE NOTEBOOK

۱,۵

$-)\ \lim_{x\to\pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$\lim_{x\to\pi^+} \frac{-\sin x}{2\sin x\cos x} \overset{0/0}{=} \lim_{x\to\pi^+} \frac{-1}{2\cos x} = \frac{-1}{2(-1)} = \boxed{\frac{1}{2}}$ ✓

$\lim_{x\to\pi^-} \frac{\sin x}{2\sin x\cos x} \overset{0/0}{=} \lim_{x\to\pi^-}\left(\frac{1}{2\cos x}\right) = \frac{1}{-2} = \boxed{-\frac{1}{2}}$ ✓

(حد ندارد)

$\frac{3\pi}{2} > x > \pi \Rightarrow \sin x \leqslant 0$

$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \sin x > 0$

۱۰

الف) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^+} \left(\sqrt{\cos x}\right) \overset{\text{الف}}{=} \sqrt{0^+} = 0$

$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^-} \left(\sqrt{\cos x}\right) \overset{\text{ب}}{=}$ تعریف نشده ✓

(حد ندارد)

۱/۵

$2\pi > x > \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos x > 0$ (الف)

$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos x < 0$ (ب)

$x \geqslant 0$ (I)

$x - 2\sqrt{x} \geqslant 0 \rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-2) \geqslant 0 \rightarrow$ $\frac{\quad 0 \quad 4 \quad}{+ \mid - \mid +}$ $\rightarrow x \geqslant 4$ یا $x \leqslant 0$ (II)

دامنه: $x = 0$ یا $x \geqslant 4$ $\leftarrow$ (I)∩(II) پس تابع در نقاط اطراف صفر تعریف نمی‌شود.

ب) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x - 2\sqrt{x}}$

$\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x-2\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x-2\sqrt{0^+}} = \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x} = 0$

(حد ندارد)

$\lim_{x\to 0} \sqrt{x - 2\sqrt{x}} =$ تعریف نشده

$\lim_{x\to 0^-} \sqrt{x-2\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^-} \sqrt{x-2\sqrt{0^-}}$ تعریف نشده

۹

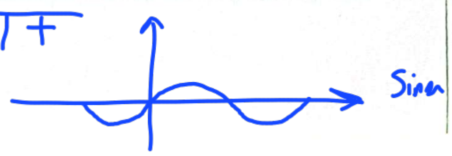
الف) $\lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^2(x-1)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^1}{x^2(x-1)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

$\frac{\pi}{2} > x > 0 \Rightarrow 1 > \sin x > 0 \Rightarrow [\sin x] = 0$

$x^2(x-1)$: $- \mid - \mid +$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3 - x^2} = \lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[0^+]}}{x^2(x-1)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{0^-} = -\infty$

$- \mid - \mid +$



Subject: Date:

ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]} \to \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^+}(x+2) = \boxed{4}$

$\hookrightarrow \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-3}{x-1} = \frac{1}{1} = \boxed{0} \to 1$

(حد ندارد) 1

راست $x>2 \Rightarrow [x]=2$

راست $x^2>4 \Rightarrow [x^2]=4$

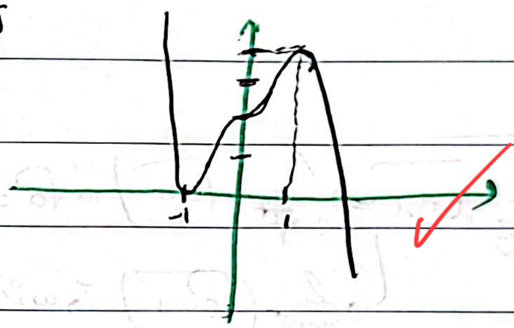
$1<\sqrt{3}<x<2 \Rightarrow [x]=1$

چپ $3<x^2<4 \Rightarrow [x^2]=4$

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2 \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = 15x^2 - 15x^4 = -15x^2(x^2-1) = -15x^2(x-1)(x+1)$

تعیین علامت مشتق

x		-1		0		1	
y'	$-$		$+$		$+$		$-$
y	↘		↗		↗		↘
مقادیر تابع:		0		2		4	



2

ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3 \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1) = 4x(x+1)(x-1)$

تعیین علامت مشتق:

x		-1		0		$+1$	
y'	$-$		$+$		$-$		$+$
y	↘		↗		↘		↗
مقادیر تابع:		2		3		2