

برهان شریعی

۱- تابع پاشایی $f(x) = 2 \left[\frac{x-2}{2} \right] + a \left[\frac{x+2}{2} \right]$ در نقطه $x=2$ مقدار $\left[\frac{a}{2} \right]$ را بیاید.

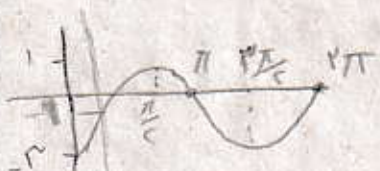
$$\begin{aligned} x \rightarrow (-2)^- &\Rightarrow 2[2^+] + a[0^-] = 4 - a \\ x \rightarrow (-2)^+ &\Rightarrow 2[2^-] + a[0^+] = 2 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} 4 - a &= 2 \rightarrow a = 2 \\ 2 &= 2 \end{aligned} \right.$$

$$\left[\frac{a}{2} \right] = \left[\frac{2}{2} \right] = 1$$

۲- مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-} [2 \sin x - 1]$ را بیاید.

تابع $2 \sin x - 1$ در نقطه $x = \frac{\pi}{6}$ صفر است

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-} [2 \sin x - 1] = [0^-] = -1$$



تابع در نقطه $x = \frac{\pi}{6}$ صفر است

برهان شریعتی

۱. باید بود . $\lim [1x^3 - x]$

۳- حاصل

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}} [1x^3 - x] = [1x(-\frac{1}{4})^3 + \frac{1}{4}] = [-1 + \frac{1}{4}] = [-\frac{3}{4}] = -\frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x - 5 + [\frac{3}{x^2}]}{14x - [-\frac{2}{x^2}]}$$

۴- مقدار حد و برهان باید بود .

$$x < -\frac{1}{4} \rightarrow x^2 > \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{x^2} < 16 \rightarrow \frac{3}{x^2} < 48$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{x^2} < 16 \\ \frac{3}{x^2} < 48 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{-2}{x^2} > -8$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x - 5 + [\frac{3}{x^2}]}{14x - [-\frac{2}{x^2}]} = \frac{-5 - 5 + [48]}{-8 - [-8]} = \frac{-10 + 48}{-8 + 8} = \frac{38}{0}$$

برهان شریعی

ایسا، $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^r \pi x}{[x] + \cos \pi x}$

۵- حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^r \pi x}{[x] + \cos \pi x} = \frac{\sin^r \pi x}{1 + \cos \pi x} = \frac{(r \sin^{\frac{r-1}{r}} \pi x \cos \frac{\pi x}{r})}{r \cos^{\frac{r-1}{r}} \pi x} = \frac{r \sin^{\frac{r-1}{r}} \pi x \cos^{\frac{r-1}{r}} \pi x}{r \cos^{\frac{r-1}{r}} \pi x} = r \sin^{\frac{r-1}{r}} \pi x = r$$

ایسا، $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{rx+r} - \sqrt{rx+r}}{1 + \sqrt{x}}$

۶- جواب

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{rx+r} - \sqrt{rx+r}}{1 + \sqrt{x}} \stackrel{\text{Hôp}}{=} \frac{\frac{r}{2\sqrt{rx+r}} - \frac{r}{2\sqrt{rx+r}}}{0 + \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{\frac{r}{2} - \frac{r}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{-\frac{r}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = -\frac{r}{\sqrt{x}}$$

اما نه $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+1}}{2x - \sqrt{3x+1}}$ حاصل -

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+1}}{2x - \sqrt{3x+1}} \stackrel{0}{=} \frac{2 - \sqrt{\frac{1}{2} + 0}}{2 - \sqrt{\frac{1}{2} + 0}} = \frac{2 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{2}$

اما نه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4}$ اگر $a + \sqrt{bx+c} = 0 \xrightarrow{x \rightarrow 0} a = -\sqrt{bx+c}$ اگر صورت کسر برای غیر صفر باشد باید جواب غیر متناهی باشد.

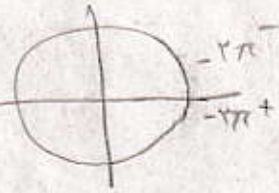
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} \stackrel{0}{=} \frac{0 + \frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1} = \frac{1}{4} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \rightarrow b = 2\sqrt{c}$

$\frac{ab}{c} \xrightarrow[b = \frac{\sqrt{c}}{2}]{a = -\sqrt{c}} \frac{-\sqrt{c} \times \frac{\sqrt{c}}{2}}{c} = \frac{-\frac{c}{2}}{c} = -\frac{1}{2}$

برهان منطقی

۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{f + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = +\infty$ باشد مقدار $[-k]$ را بیابید.

① $\sim -2\pi^- \quad \frac{f + k \left[\frac{-2\pi^-}{\pi} \right]}{0^+} = \frac{f - 2k}{0^+} = +\infty \leadsto f - 2k > 0 \quad k < \frac{f}{2}$



② $\sim -2\pi^+ \quad \frac{f + k \left[\frac{-2\pi^+}{\pi} \right]}{0^-} = \frac{f - 2k}{0^-} = +\infty \leadsto f - 2k < 0 \quad k > \frac{f}{2}$

$\left. \begin{array}{l} -k > -\frac{f}{2} \\ -k < -2 \end{array} \right\} \text{اشاره ندارد!}$

۱۰- مقدار غیر منفرجه $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b\sqrt{2+\sqrt{x}} - 2b}{ax-b}$ را بیابید.
(مقدار حده، عددی حقیقی و غیر منفرجه)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b\sqrt{2+\sqrt{x}} - 2b}{ax-b} \begin{cases} \xrightarrow{L'Hop} \frac{0}{0} = \frac{0}{0} \leadsto La=b \\ \xrightarrow{Hop} \frac{0}{\infty} = \frac{b \left(\frac{1}{2\sqrt{2+\sqrt{x}}} \right)}{a-0} = \frac{b \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)}{a} \end{cases}$

$\frac{1}{2} = \frac{La \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)}{a} \quad La=b$