نام و نام خانوادگی آرش سلطانی ۱۸ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۹ کلاس دوازدهم پسر A

۱

f در $x=-2$ حد دارد پس حد راست و چپ برابرند:

$$-2^+ \to \; 2\left[\frac{4^-}{2}\right]+a\left[\frac{0^+}{3}\right]=2$$

$$-2^- \to \; 2\left[\frac{4^+}{2}\right]+a\left[\frac{0^-}{3}\right]=4-a$$

$$\Rightarrow a=2 \longrightarrow \left[\frac{a}{3}\right]=\left[\frac{2}{3}\right]=0$$

۲

۲

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}^-}[2\sin x-1]=\left[2\left(\frac{1}{2}^-\right)-1\right]=[1^- -1]=[0^-]=\boxed{-1}$$

۲

۳

از آنجایی که عبارت داخل براکت در $x=-\frac{1}{2}$ عدد صحیح نیست نیازی به دو شاخه کردن نیست و با خیال راحت جایگذاری می کنیم:

۲

$$\lim_{x\to-\frac{1}{2}}[8x^3-x]=\left[8\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]=\left[-1+\frac{1}{2}\right]=\left[-\frac{1}{2}\right]=\boxed{-1}$$

۴

$$x<-\frac{1}{2}\to\frac{1}{x}>-2\to\frac{1}{x^2}<4\to\frac{3}{x^2}<12 \;,\; -\frac{2}{x^2}>-8 \longrightarrow \lim_{x\to-\frac{1}{2}}\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}$$

$$=\frac{10x-5+[12^-]}{16x-[-8^+]}=\frac{10x+6}{16x+8}\to\lim_{x\to-\frac{1}{2}^-}\frac{10x+6}{16x+8}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

۲

۵

$$\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\frac{1-\cos^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\frac{\cancel{(1+\cos\pi x)}(1-\cos\pi x)}{\cancel{1+\cos\pi x}}$$

۲

$$\Rightarrow\lim_{x\to1^+}1-\cos\pi x=1-(-1)=2$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}$$

۲ ۶

$$= \frac{\cancel{-x-1}}{\cancel{x+1}} \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} \times \frac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{مزدوج مخرج}} = \frac{(2x-7\sqrt{x}+5)(2x+\sqrt{3x+1})}{4x^2-3x-1}$$

۲ ۷

$$= \frac{4(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)(4x+1)} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\times(-3)}{\cancel{2}\times 5} = -\frac{6}{5}$$

با توجه به اینکه مخرج صفر و پاسخ حد عددی حقیقی اعلام شده با یک حد صفر صفر طرفیم و هوپیتال می گیریم:

$$\xrightarrow{hop} \frac{b}{2\sqrt{bx+c}} = \frac{1}{4} \xrightarrow{x=0} \frac{b}{\sqrt{c}} = \frac{1}{2} \Longrightarrow \boxed{b=1} \text{ و } \boxed{c=4}$$

۲ ۸

بازنویسی

$$\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{x+4}}{x} = \frac{1}{4} \xrightarrow{x=0} a+\sqrt{4}=0 \Rightarrow \boxed{a=-2}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$2\pi^+ \longrightarrow = \frac{4-2k}{\sin x} = \frac{4-2k}{0^+} = +\infty \longrightarrow 4-2k>0 \quad \boxed{2>k}$$

$$\frac{4}{3} < k < 2 \Longrightarrow [-k] = -2$$ ۹

$$2\pi^- \longrightarrow = \frac{4-3k}{\sin x} = \frac{4-3k}{0^-} = +\infty \longrightarrow 4-3k<0 \quad \boxed{\frac{4}{3}<k}$$

۲

$$\lim_{x\to 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b} = \frac{2b-2b}{8a-b} \xrightarrow[\text{رفع ابهام}]{\frac{0}{0}} \times \frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}} = \frac{b^2(2+\sqrt[3]{x})-4b^2}{4b(8a-b)}$$

۰ ۱۰

$$8a-b=0 \rightarrow b=8a$$

$$= \frac{b^2(\sqrt[3]{x}-2)}{4b(8a-b)} = \frac{b(\cancel{\sqrt[3]{x}-2})}{4(8a-b)} = \frac{b}{4} \rightarrow \frac{8a}{4} = 2a$$

$$\lim_{x\to 8} \frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{ax-8a} = \frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{ax-8a} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2} =$$

$$\lim_{x\to 8} \frac{8a(\sqrt[3]{x}-2)}{a(x-8)\times 4} \rightarrow \lim_{x\to 8} \frac{2(\sqrt[3]{x}-2)}{(\sqrt[3]{x}-2)(\sqrt[3]{x^2}+4+2\sqrt[3]{x})} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$