

f در $x = -2$ حد دارد پس حد راست و چپ برابرند:

$$\left. \begin{aligned} -2^+ &= 2 \left[\frac{1}{2} \right] + a \left[\frac{0}{2} \right] = 2 \\ -2^- &= 2 \left[\frac{1}{2} \right] + a \left[\frac{-1}{2} \right] = 4 - a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 2 \rightarrow \left[\frac{a}{2} \right] = \left[\frac{2}{2} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} [2 \sin x - 1] = [2(\frac{1}{4}) - 1] = [1 - 1] = [0] = -1$$

از آنجایی که عبارت داخل پرانتز در $x = -\frac{1}{4}$ عدد صحیح نیست می‌توانی به دو شاخه کردن نسبت و با خیل راحت جایگذاری می‌کنیم:

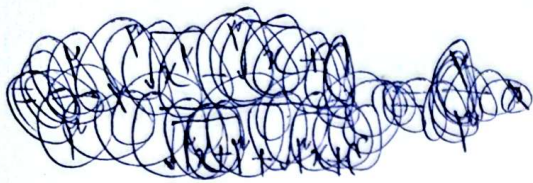
$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}} [1x^3 - x] = [1(-\frac{1}{4})^3 - (-\frac{1}{4})] = [-1 + \frac{1}{4}] = [-\frac{3}{4}] = -1$$

$$x < -\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x} > -4 \rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \rightarrow \frac{x}{x^2} < 12 \rightarrow \frac{10x - 0 + [\frac{x}{x^2}]}{14x - [-\frac{1}{x^2}]} \rightarrow \frac{10x - 0 + [12^-]}{14x - [-1^+]} = \frac{10x + 6}{14x + 1} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}} \frac{10x + 6}{14x + 1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 x}{[x] + \cos^2 x} = \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos^2 x} = \frac{(1 + \cos^2 x)(1 - \cos^2 x)}{1 + \cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 - \cos^2 x = 1 - (-1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x+1}}{1 + \sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{x+1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}$$



$$= \frac{-x-1}{x+1} \times \frac{2}{1} = \left(\frac{-2}{1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x} + 8}{2x - \sqrt{x} + 1} \times \frac{\text{مخرج مشترک}}{\text{مخرج مشترک}} = \frac{(2x - \sqrt{x} + 8)(2x + \sqrt{x} + 1)}{4x^2 - x - 1}$$

$$= \frac{4(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)(4x+1)} = \frac{4 \times (-3)}{4 \times 5} = \left(\frac{-6}{5} \right)$$

با توجه به اینکه مخرج لیمت و پاسخ حد عددی حقیقی اعلام شده یا یک حد لیمت لاریم و هوپیتال می گیریم:

$$\xrightarrow{\text{hop}} \frac{b}{\sqrt{bx+c}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \xrightarrow{x=0} \frac{b}{\sqrt{c}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{b=1} \text{ و } \boxed{c=4}$$

با توجه به اینکه:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{x+4}}{x} = \frac{1}{4} \xrightarrow{x=0} a + \sqrt{4} = 0 \Rightarrow \boxed{a=-2}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-2}{4} = \left(\frac{-1}{2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 2k}{\sin x} = \frac{x - 2k}{0^+} = +\infty \rightarrow x - 2k > 0 \Rightarrow \boxed{x > k}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2k}{\sin x} = \frac{x - 2k}{0^-} = +\infty \rightarrow x - 2k < 0 \Rightarrow \boxed{\frac{x}{2} < k}$$

$$\frac{x}{2} < k < \frac{x}{2} \Rightarrow \boxed{[-k] = -2}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{b\sqrt{1+\sqrt{x}} - 2b}{ax - b} = \frac{2b - 2b}{1a - b} \xrightarrow{\frac{0}{0}} \times \frac{\text{مخرج مشترک}}{\text{مخرج مشترک}} = \frac{b^2(1+\sqrt{x}) - 4b^2}{4b(1a - b)}$$

$$= \frac{b^2(\sqrt{x}-1)}{4b(1a-b)} = \frac{b(\sqrt{x}-1)}{4(1a-b)} = \left(\frac{b}{4} \right) \rightarrow \left(\frac{1a - 2a}{2} = -\frac{a}{2} \right)$$