

① می دانیم برای داشتن حد لازم است که هر چه x را است تابع $f(x)$ به چه سمت a میل کند

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

از طرفی عبارت $\frac{x+2}{3}$ یک عبارت آید محدود است بنابراین علامت کمتر شود یا تغییر نمی دهد و از طرفی عبارت

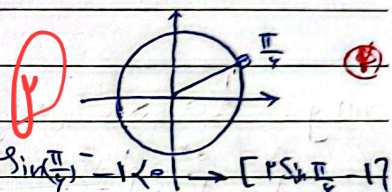
$\frac{2-x}{2}$ یک عبارت نزولی است پس علامت کمتر شود یا عوض می شود بنابراین باید نگاهی به نمودار داشت:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 2 - a = 2 - (-2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2 - a = 2 - 2 = 0$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \rightarrow [\frac{2}{3}] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} [2 \sin x - 1]$$



$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} < \frac{1}{2} \rightarrow 2 \sin \frac{\pi}{4} < 1 \rightarrow 2 \sin \frac{\pi}{4} - 1 < 0 \rightarrow [2 \sin \frac{\pi}{4} - 1] = 0$$

③ ابتدا از تابع $y = 18x^3 - x$ مشتق گرفته و مشتق نزولی یا صعودی بودن آن را در نقطه $x = -\frac{1}{2}$ بررسی می کنیم

$$y = 18x^3 - x \rightarrow y' = 54x^2 - 1 \quad x = -\frac{1}{2} \rightarrow 54 \left(\frac{1}{4}\right) - 1 = 13$$

پس تابع در این نقطه صعودی است و بنابراین علامت بالای آن تغییر نمی کند

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} [18x^3 - x] = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} [\frac{1}{2}] = 0$$

④ ابتدا تغییر مقدار برآفت درون محدوده را تعیین می کنیم:

$$x \rightarrow (-\frac{1}{2})^- \rightarrow x < -\frac{1}{2} \rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \rightarrow \frac{3}{x^2} < 12 \rightarrow [\frac{3}{x^2}] = 11$$

$$\Rightarrow \text{عبارت صرت: } -\infty - \infty + 11 = 1$$

پس عبارت درون برآفت صغیر را تعیین می کنیم:

$$x < -\frac{1}{2} \rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \rightarrow \frac{-2}{x^2} > -8 \rightarrow [\frac{-2}{x^2}] = -8$$

حون عبارت زیر صغیر صفر مطلق پس حاصل حد تکریف شده است. $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} (-8 - (-8)) = 0$ $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} (-8 - (-8)) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{1}{0^-} = \text{بسیار منفرجه}$$

خارج (۰) می شود $\frac{1}{0^-} = -\infty$

نکته

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} \quad (1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{(1 + \cos \pi x)} = 1 - \cos \pi x \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 - \cos \pi x = 1 - (-1) = 2$$

نکته: در این صورت باید از فرمول هسپیتال استفاده کرد.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} + 1} \times \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+3 - x-1)(x - x^2)}{(\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2x(x+1)}{(\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})} \rightarrow \left(-\frac{2}{1}\right) \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x+1}} \times \frac{x + \sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{x} + 2)(x + \sqrt{x+1})}{(x - \sqrt{x+1})(x + \sqrt{x+1})} = \frac{-12}{10} = -\frac{6}{5}$$

نکته: اگر از فرمول هسپیتال استفاده کنیم، به جواب دیگری می‌رسیم.

$$x \rightarrow 0 \rightarrow a + \sqrt{c} = 0 \rightarrow \sqrt{c} = -a \rightarrow c = a^2 \quad (a < 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{\sqrt{bx+c}} = \frac{b}{\sqrt{bx+c}} = \frac{1}{x} \rightarrow \sqrt{b} = \sqrt{c} \quad (b > 0)$$

$$\rightarrow \sqrt{b^2} = c \rightarrow \sqrt{b^2} = a^2 \rightarrow \sqrt{b} = a \rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{b} \times b}{\sqrt{b^2}} = \left(-\frac{1}{\sqrt{b}}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{x + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = \frac{\Sigma - \pi k}{0^+} = +\infty \rightarrow \Sigma - \pi k > 0 \rightarrow \Sigma > \pi k$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} \frac{x + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = \frac{\Sigma - \pi k}{0^-} = +\infty \rightarrow \Sigma - \pi k < 0 \rightarrow \Sigma < \pi k$$

$$\Rightarrow \frac{\Sigma}{\pi} < k < \frac{\Sigma}{\pi} \Rightarrow -\frac{\Sigma}{\pi} > -k > -\frac{\Sigma}{\pi} \rightarrow [-k] = \left(-\frac{\Sigma}{\pi}\right) \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - a}{a^x - 1} \times \frac{a^x + 1}{a^x + 1} = \frac{a^x(a^x - 1) - (a^x - 1)(a^x + 1)}{(a^x - 1)(a^x + 1)} = \frac{a^{2x} - a^{2x} - a^{2x} + 1}{a^{2x} - 1} = \frac{1 - a^{2x}}{a^{2x} - 1} = -1$$

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \frac{a^{2x} \times \frac{1}{a^{2x}}}{2a^{2x} \times \frac{1}{a^{2x}}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{a^{2x}} = \left(\frac{1}{2}\right) \checkmark$$

Parsian $\pi(a)$