مبحث : ... ۱۲   مانی کریمی   منبع :   تاریخ :

۱- $f(x) \to f(2^+) = f(2^-)$

$f(2^+)$: $2\left[\frac{2-1.9}{2}\right] + a\left[\frac{-1.9+3}{3}\right] = 2 + 0 = 2$

$f(2^-)$: $2\left[\frac{2-2.1}{2}\right] + a\left[\frac{-2.1+3}{3}\right] = 4 + -a$

$\Rightarrow 4 - a = 2 \Rightarrow \boxed{a=2}$

$\Rightarrow \left[\frac{2}{2}\right] = 0$ ← جواب نهایی

۲

۲- $\lim_{x\to(\frac{\pi}{6})^-}[2\sin x - 1] \to \left[2\sin(\frac{\pi}{6})^- - 1\right] = \left[2\times\frac{1}{2}^- - 1\right] = [1^- - 1] = [0.9-1] = [-0.1]$

$= \boxed{-1}$

۲

۳- $\lim_{x\to -\frac{1}{2}}[8x^3 - x]$

$x=-\frac{1}{2}^+$: $\left[8(-\frac{1}{2}^+)^3 - (-\frac{1}{2}^+)\right] = \left[-1^+ + \frac{1}{2}^-\right] = -1$

$x=-\frac{1}{2}^-$: $\left[8(-\frac{1}{2}^-)^3 - (-\frac{1}{2}^-)\right] = \left[-1^- + \frac{1}{2}^+\right] = -1$

۲

در $-\frac{1}{2}$ حد دارد

۴- $\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]} \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} \frac{10x-5+10}{16x+8} = \frac{10x+5}{16x+8} = \frac{5\cancel{(2x+1)}}{8\cancel{(2x+1)}} = \boxed{\frac{5}{8}}$

۰

۵- $\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x} = \frac{\sin^2\pi}{1+\cos\pi} = \frac{0}{0}$

۰

۶- $\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}}-\frac{3}{2\sqrt{3x+4}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{1-\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$

۲

۷- $\lim_{x\to1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{2-\frac{7}{2\sqrt{x}}}{2-\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}} = \frac{\frac{4}{2}-\frac{7}{2}}{\frac{8}{4}-\frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{\cancel{2}}}{\frac{5}{\cancel{4}}} = -\frac{6}{5}$

۲

۸- $a+\sqrt{c} = 0$, $HOP \to \frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4b = 2\sqrt{c}$

$\frac{\cancel{a}\,\cancel{b}\,\frac{\sqrt{c}}{2}}{c} = \frac{-\cancel{c}\times\frac{\sqrt{c}}{2}}{\cancel{c}} = \frac{-\sqrt{c}}{2}$

۱

زمانی که مخرج صفر بوده و جواب $\frac{1}{4}$ است حتما صورت هم صفر بوده

۹- -2π:

$-2\pi^+ \to \left[\frac{x}{\pi}\right] = -2 \Rightarrow 4-2k>0$ $2k<4 \Rightarrow k<2$

$-2\pi^- \to \left[\frac{x}{\pi}\right] = -3 \Rightarrow 4-3k>0$ $3k<4 \Rightarrow k<\frac{4}{3}$

۱

زمانی که جواب بی نهایت بود پس حتما صورت سوال هر عددی باشد باید مثبت باشد

۱۰. ۰

سوال ۴

$$x\to\left(-\tfrac{1}{2}\right)^- \longrightarrow x<-\frac{1}{2}\to x^2>\frac{1}{4}\to\frac{1}{x^2}<4\to\frac{3}{x^2}<12\to\left[\frac{3}{x^2}\right]=11$$

$$\frac{1}{x^2}<4\to-\frac{1}{x^2}>-4\to\frac{-2}{x^2}>-8\to\left[\frac{-2}{x^2}\right]=-8$$

$$\leadsto \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}=\frac{10x-5+11}{16x-(-8)}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}=\frac{10x+6}{16x+8}=\frac{-5+6}{(-8)^-+8}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

سوال ۵

$$\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}\longrightarrow\lim_{x\to1^+}\frac{1-\cos^2\pi x}{1+\cos^2\pi x}=$$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{(1-\cos\pi x)(1+\cos\pi x)}{1+\cos\pi x}=\lim_{x\to1^+}1-\cos\pi x=1-(-1)=2$$

سوال ۸

$$\lim_{x\to0}a+\sqrt{bx+c}\to a+\sqrt{c}=0\to a=-\sqrt{c}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{hop}\lim_{x\to0}\frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1}=\frac{b}{2\sqrt{c}}\to$$

$$\frac{b}{2\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\to b=\frac{\sqrt{c}}{2}\to\frac{ab}{c}=\frac{(-\sqrt{c})(\frac{\sqrt{c}}{2})}{c}=\frac{-c}{2c}=\frac{-1}{2}$$

سوال ۹

$$\lim_{x\to(-2\pi)^-}=\frac{4+K\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-3K}{0^-}=+\infty\to4-3K<0\to K>\frac{4}{3}\quad(I)$$

$$\lim_{x\to(-2\pi)^+}=\frac{4+K\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-2K}{0^+}=+\infty\to4-2K>0\to K<2\quad(II)$$

$$\xrightarrow{(I)\cap(II)}\frac{4}{3}<K<2\to-2<-K<-\frac{4}{3}\to[-K]=-2$$

سوال ۱۰

$$8a-b=0\to b=8a$$

$$\lim_{x\to8}\frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{ax-8a}=\frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{ax-8a}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}=$$

$$\lim_{x\to8}\frac{8a(\sqrt[3]{x}-2)}{a(x-8)\times4}\to\lim_{x\to8}\frac{2(\sqrt[3]{x}-2)}{(\sqrt[3]{x}-2)(\sqrt[3]{x^2}+4+2\sqrt[3]{x})}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$