۱۵/۵

نام و نام خانوادگی کوروش شیرانی فر پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۹ کلاس دوازدهم A

۱

وقتی می‌گوید در نقطهٔ ۲- حد دارد یعنی حد چپ آن با حد راستش برابر اند

-2^+: $2\left[\frac{2+1/9}{2}\right]+a\left[\frac{-1/9+2}{3}\right]=2(1)+0=2$

$4-a=2 \Rightarrow a=2$

-2^-: $2\left[\frac{2+2/1}{2}\right]+a\left[\frac{-2/1+2}{3}\right]=4-a \Rightarrow \left[\frac{a}{3}\right]=\left[\frac{2}{3}\right]=0$

۲

۲

$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}^-}[2\sin x-1]=[2(\frac{1}{2}^-)-1]=[1^- -1]=[0^-]=-1$

۲

۳

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}}[8x^3-x]=[8(-\frac{1}{8})+\frac{1}{2}]=[-1+\frac{1}{2}]=[-\frac{1}{2}]=-1$

۲

۴

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{10x-5+[\frac{3}{x^2}]}{16x-[-\frac{2}{x^2}]}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{10x-5+8}{16x+6}=\frac{-5-5+8}{-8+6}=-4$

$-\frac{6}{10}$ مثلا $\Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right]=\left[\frac{3}{\frac{36}{100}}\right]=[8/\ldots]=8$

$\left[\frac{-2}{x^2}\right]=\left[\frac{-2}{\frac{36}{100}}\right]=[-5/\ldots]=-6$

۰

۵

$\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\lim_{x\to1^+}\frac{(1-\cos\pi x)(1+\cos\pi x)}{1+\cos\pi x}$

$=\lim_{x\to1^+}1-\cos\pi x=1-\cos\pi^+=1-(-1)=2$

۲

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt[3]{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}$$ ۲

$$= \lim_{x\to -1} \frac{(2x+3-3x-4)(3)}{(x+1)(2)} = \frac{-(x+1)(3)}{(x+1)(2)} = \boxed{-\frac{3}{2}}$$ ۶

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3}x+1} = \frac{2-7+5}{3-\sqrt{3}} = \frac{0}{3-\sqrt{3}} = \boxed{0}$$ ۰

۷

$$\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4}$$ برای موجود بودن حد $\Rightarrow a+\sqrt{c}=0 \rightarrow a=-\sqrt{c}$ ۲

$$\lim_{x\to 0} \sqrt{bx+c} = \lim_{x\to 0} \sqrt{c}+\frac{b}{2\sqrt{c}}x \Rightarrow a+\sqrt{bx+c} = -\sqrt{c}+(\sqrt{c}+\frac{b}{2\sqrt{c}}x) = \frac{b}{2\sqrt{c}}x$$ ۸

$$\Rightarrow \frac{a+\sqrt{bx+c}}{x} = \frac{\frac{b}{2\sqrt{c}}x}{x} = \frac{b}{2\sqrt{c}} \rightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \Rightarrow b=\frac{\sqrt{c}}{2} \rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c}(\frac{\sqrt{c}}{2})}{c} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to -2\pi} \frac{4+k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = +\infty \quad \frac{4}{3}<k<2 \rightarrow -2<-k<-\frac{4}{3} \rightarrow [-k] = -2$$

$[k]=1$ ۱٫۵

$-2\pi^+$

$$\lim_{x\to -2\pi^+} \frac{4+k(-2)}{\sin(-2\pi^+)} = \frac{4-2k}{0^+} = +\infty \rightarrow 4-2k>0 \rightarrow 2>k$$ ۹

$$\frac{4}{3}<k<2 \Leftarrow \cap$$

$-2\pi^-$

$$\lim_{x\to -2\pi^-} \frac{4+k(-3)}{\sin(-2\pi^-)} = \frac{4-3k}{0^-} = +\infty \rightarrow 4-3k<0 \rightarrow \frac{4}{3}<k$$

$$\lim_{x\to 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b} \rightarrow \frac{2b-2b}{ax-b}^{\,0} \Rightarrow ax-b=0 \rightarrow 8a=b$$ ۲

$$\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2 \underset{x\to 8}{\approx} \frac{x-8}{48} \rightarrow \frac{b(\frac{x-8}{48})}{a(x-8)} = \frac{b}{48a} = \frac{8a}{48a} = \boxed{\frac{1}{6}}$$ ۱۰

$$ax-b = ax-8a$$

سوال ۴

$$x \to \left(-\tfrac{1}{2}\right)^- \longrightarrow x < -\frac{1}{2} \to x^2 > \frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2} < 4 \to \frac{3}{x^2} < 12 \to \left[\frac{3}{x^2}\right] = 11$$

$$\frac{1}{x^2} < 4 \to -\frac{1}{x^2} > -4 \longrightarrow \frac{-2}{x^2} > -8 \longrightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -8$$

$$\rightsquigarrow \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^-} = \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^-} = \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{(-8)^- + 8} = \boxed{\frac{1}{0^-}} = \boxed{-\infty}$$

سوال ۷

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} - 5)}{2x - \sqrt{3x + 1}} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} - 5)}{2x - \sqrt{3x + 1}} \times \frac{2x + \sqrt{3x + 1}}{2x + \sqrt{3x + 1}} \longrightarrow$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} - 5) \times (2x + \sqrt{3x + 1})}{4x^2 - 3x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(\sqrt{x} - 1)}(2\sqrt{x} - 5)(4)}{(4x + 1)(x - 1)} =$$

$$(x - 1) \to \cancel{(\sqrt{x} - 1)}(\sqrt{x} + 1)$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(2\sqrt{x} - 5)(4)}{(4x + 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{(-3)(4)}{5 \times 2} = \boxed{-1.2}$$