پرهام مقیمی — ۱۸ — تکلیف ۱۹ — ۱۲ تجربی A

① در $x=-2$ حد دارد یعنی $\lim_{x\to-2^-}f(x)=\lim_{x\to-2^+}f(x)$

$f(x)=2[\frac{2-x}{2}]+a[\frac{x+2}{3}]$

$\lim_{x\to-2^-}f(x)=2\times2+a\times-1=4-a$

$\lim_{x\to-2^+}f(x)=2\times1+a\times0=2$

$4-a=2\Rightarrow a=2 \rightsquigarrow [\frac{a}{3}]=[\frac{2}{3}]=\boxed{0}$ ✓ ۲

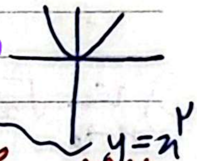
② $\lim_{x\to(\frac{\pi}{6})^-}[2\sin x-1]=[2\times\frac{1}{2}^- -1]=[1^- -1]=[0^-]=-1$ ✓ ; $\frac{\pi}{6}=30°$ ۲

③ $\lim_{x\to-\frac{1}{2}}[8x^3-x]=[8\times-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}]=[-1+\frac{1}{2}]=[-\frac{1}{2}]=-1$ ✓ ۲

④ $\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{10x-5+[\frac{3}{x^2}]}{16x-[-\frac{2}{x^2}]}=\frac{(10\times-\frac{1}{2})-5+[\frac{3}{\frac{1}{4}^+}]}{(16\times-\frac{1}{2})-[\frac{-2}{\frac{1}{4}^-}]}=\frac{-10-6}{-8+9}=-16$ ۰٫۵

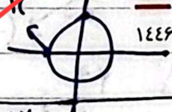
$\frac{1}{x^2}$ ⇐ در بخش‌های منفی صعودی ✓

$\frac{-1}{x^2}$ ⇐ در بخش‌های منفی نزولی ✓ ⇐ در بخش‌های منفی نزولی است. ← $y=x^2$



پاسخ صفحه

⑤ $\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\frac{0}{0}$ مزدوج $\frac{(1-\cos\pi x)(1+\cos\pi x)}{(1+\cos\pi x)(1-\cos\pi x)}=[2]$ ✓ ; $\sin^2 a=1-\cos^2 a$ ۲



⑥ $\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}=\frac{0}{0}\xrightarrow[\text{مشتق}]{Hop}\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}}-\frac{3}{2\sqrt{3x+4}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}=\frac{\frac{2}{2}-\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}}=-\frac{3}{2}$ ✓ ۲

⑦ $\lim_{x\to1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}=\frac{0}{0}\xrightarrow[\text{مشتق}]{Hop}\frac{2-\frac{7}{2\sqrt{x}}}{2-\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}}=\frac{2-\frac{7}{2}}{2-\frac{3}{4}}=\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}}=-\frac{6}{5}$ ۱٫۵

⑧ $\lim_{x\to0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}$

$\frac{a+\sqrt{c}}{0}=\frac{1}{4}\Rightarrow a+\sqrt{c}=0\Rightarrow a=-\sqrt{c}\to\frac{ab}{c}=\frac{-\sqrt{c}\times\frac{\sqrt{c}}{2}}{c}=-\frac{1}{2}$ ✓ ۲

$\frac{0}{0}\xrightarrow{Hop}\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{b}{\sqrt{bx+c}}=\frac{1}{2}\xrightarrow{x=0}\frac{b}{\sqrt{c}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{c}=2b\Rightarrow b=\frac{\sqrt{c}}{2}$

⑩ $\lim_{x\to8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}=\frac{0}{0}\Rightarrow 8a=b$

$\xrightarrow{Hop}\frac{b\left(0+\frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{2\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}}\right)}{a}=\frac{b(\frac{\frac{1}{12}}{4})}{a}\to\frac{1}{6}$ ✓ ۲

⑨ $\lim_{x\to-2\pi}\frac{4+k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x}=+\infty$

$\xrightarrow{-2\pi^+}\frac{4+(k\times-2)}{0^+}=\frac{4-2k}{0^+}$

$\xrightarrow{-2\pi^-}\frac{4+(k\times-3)}{0^-}=\frac{4-3k}{0^-}$

$4-2k>0\to 2>k$; $4-3k<0\to\frac{4}{3}<k$

$\to[-k]=-2$ ✓ ۲

سوال ۴)

$x \to (-\frac{1}{2})^-$ $\longrightarrow$ $x < -\frac{1}{2} \to x^2 > \frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2} < 4 \to \frac{3}{x^2} < 12 \to \left[\frac{3}{x^2}\right] = 11$

$\frac{1}{x^2} < 4 \to -\frac{1}{x^2} > -4 \to \frac{-2}{x^2} > -8 \to \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -8$

$$\rightsquigarrow \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^-} = \frac{10x - 5 + 11}{14x - (-8)} = \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^-} = \frac{10x + 6}{14x + 8} = \frac{-5 + 6}{(-8)^- + 8} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$