دوازدهم سپهر A — تکلیف شماره 19 — ایلیا سالاری — ۲۰

1) $f(x)=2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+3}{3}\right]$

$-2^+ \Rightarrow x>-2 \Rightarrow \begin{cases} -x<2 \Rightarrow 2-x<4 \Rightarrow \frac{2-x}{2}<2 \Rightarrow \left[\frac{2-x}{2}\right]=1 \\ x+3>0 \Rightarrow \frac{x+3}{3}>0 \Rightarrow \left[\frac{x+3}{3}\right]=0 \end{cases} \Rightarrow 2$

$-2^- \Rightarrow x<-2 \Rightarrow \begin{cases} -x>2 \Rightarrow 2-x>4 \Rightarrow \frac{2-x}{2}>2 \Rightarrow \left[\frac{2-x}{2}\right]=1 \\ x+3<0 \Rightarrow \frac{x+3}{3}<0 \Rightarrow \left[\frac{x+3}{3}\right]=-1 \end{cases} \Rightarrow f(-2^-)=4-a$

$2=4-a \Rightarrow a=2$ $\quad \left[\frac{2}{3}\right]=0$

2) $\lim_{x\to(\frac{\pi}{6})^-}[2\sin x-1]$ $\quad x<\frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin x<\frac12 \Rightarrow 2\sin x<1 \Rightarrow 2\sin x-1<0 \Rightarrow [2\sin x-1]=-1$

3) $\lim_{x\to-\frac12}[8x^3-x] \Rightarrow [x(8x^2-1)]=\left[-\frac12(2-1)\right]=\left[-\frac12\right]=-1 \Rightarrow$ چه از چپ و چه از راست هر دو باهم برابراند

4) $\lim_{x\to(-\frac12)^-}\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{14x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}=\frac{10(-\frac12)-5+\left[\frac{3}{\frac14}\right]}{14(-\frac12)-\left[-\frac{2}{\frac14}\right]}=\frac{-5-5+11}{-8+8^-}=\frac{1}{0^-}=-\infty$

5) $\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\frac{\sin\pi}{1+\cos\pi}=\frac00 \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{1-\cos^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\frac{(1+\cos\pi x)(1-\cos\pi x)}{1+\cos\pi x}=1-\cos\pi x=1-(-1)=2$

6) $\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}=\frac{1-1}{1-1}=\frac00 \xRightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}\times\frac{\text{فیل مخرج}}{\text{فیل مخرج}}=\frac{(-x-1)(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x})}{(\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4})(1+x)}=-\frac32$

7) $\lim_{x\to1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}=\frac{2-7+5}{2-\sqrt4}=\frac00 \xRightarrow{\text{هوپیتال}} \frac{2-\frac{7}{2\sqrt{x}}}{2-\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}}=\frac{\frac{4-7}{2}}{\frac{8-3}{4}}=\frac{-\frac32}{\frac54}=-\frac65$

8) $\lim_{x\to0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac14$ $\quad x\to0 \Rightarrow a+\sqrt{c}=0 \Rightarrow a=-\sqrt{c}$ $\quad \frac{ab}{c}=\frac{-\sqrt{c}\times\frac{\sqrt{c}}{2}}{c}=-\frac12$

هوپیتال $\Rightarrow \frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1}\overset{x=0}{=}\frac{b}{2\sqrt{c}}=\frac14 \Rightarrow \sqrt{c}=2b \Rightarrow b=\frac{\sqrt{c}}{2}$

9) $\lim_{x\to-2\pi}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=+\infty$ $\quad$ (I) $-2\pi^+ \Rightarrow x>-2\pi \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right]=-2$, $\sin(-2\pi^+)=0^+ \Rightarrow 4+k(-2)>0 \Rightarrow 2k<4 \Rightarrow k<2$

(II) $-2\pi^- \Rightarrow x<-2\pi \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right]=-3$, $\sin(-2\pi^-)=0^- \Rightarrow 4+k(-3)<0 \Rightarrow 3k>4 \Rightarrow k>\frac43$ $\quad$ I $\cap$ II $\Rightarrow \frac43<k<2 \Rightarrow [-k]=-2$

10) $\lim_{x\to8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}=\frac{2b-2b}{8a-b}=\frac{0}{8a-b} \Rightarrow 8a-b=0 \Rightarrow 8a=b \Rightarrow \frac{b}{8}=a$

$\frac{b\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{b\left(\frac{x}{8}-1\right)}=\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2}{\frac{x}{8}-1}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}=\frac{x-8}{9x-72}=\frac{x-8}{9(x-8)}=\frac19$