

۲.

مکان نجف

۱) چون در سوال گفته شده است که تابع $f(x)$ یک تابع جابجایی باشد بنابراین باید درجه اول آن تغییر نکند

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 4x + 1 + mx^2 + nx + mn = x^2(10+m) + x(n-4) + mn$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -10 \\ n = 4 \end{cases}$$

در تابع دوم تغییریم باید باز هم در درجه اول تغییری نداشته باشیم:

$$(f, 10) = (f, p+1) \Rightarrow p+1 = -10 \Rightarrow p = -11$$

$$(-9, -1) = (-9, -11+k) \Rightarrow -11+k = -1 \Rightarrow k = 10$$

$$m+n+p+k = -10+4-11+10 = -7$$

۲

$$الف) g = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-2x^2-1}} = \sqrt{\frac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)}} = \sqrt{\frac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}}$$

$$\rightarrow \frac{-2}{-1} + \frac{2}{0} \Rightarrow Df = (-2, +\infty) - \{2\}$$

۷

۲

$$ب) \frac{2x^2+1}{x^2-2x} \Rightarrow x-2[-x] \neq 0 \Rightarrow x \neq [-x] \Rightarrow x < -x \Rightarrow -x > x \Rightarrow x < 0$$

$$\Rightarrow Df = \mathbb{R} - (-2, -1]$$

$$الف) f(x) = \frac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \Rightarrow x(x^2-1) \geq 0 \Rightarrow x(x-1)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{-1} + \frac{0}{0} - \frac{1}{-1} +$$

$$II) |x|+x \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow I \cap II \Rightarrow Df = [1, +\infty)$$

$$ب) f(x) = \frac{\sqrt{|x-1|-x^2}}{|x|-1} \Rightarrow |x-1|-x^2 \geq 0 \rightarrow \begin{cases} -x^2+x-1 \geq 0 & x > 1 \\ -x^2-x+2 \geq 0 & x < 1 \end{cases}$$

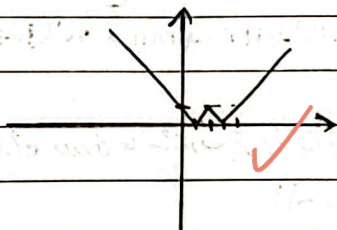
$$\rightarrow \begin{cases} -x^2+x-1 \geq 0 & x > 1 \\ -x^2-x+2 \geq 0 & x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\Delta x} \begin{cases} -x^2+x-1 \geq 0 \\ -x^2-x+2 \geq 0 \end{cases} \rightarrow x \in [-2, 1]$$

$$II) |x|-1 \geq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1 \Rightarrow I \cap II \Rightarrow Df = [-2, -1) \cup (-1, 1)$$

Parsian

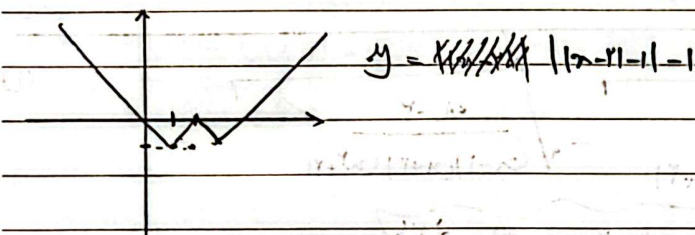
۴) می‌دانیم رابطه تابع به ازای آن عددی که خروج را صفر کند تعریف می‌شود. ابتدا در فضای سه بعدی که پارامتر K وجود ندارد رسم نمودار ضابطه خروج را رسم می‌کنیم

$$y = |2n-2| - 1$$



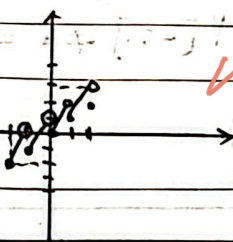
می‌دانیم در نمودار روی هر خط $y=0$ نمودار را در ۲ نقطه تقاطع می‌کنیم. بنابراین در این ۲ ریشه است. اما مثلاً از آن خط است که این نمودار در این ۲ ریشه باشد بنابراین

به مقادیر این کار لازم است. نمودار روی هر یک از این دو خط باشد. برای این کار لازم است که $K=1$ باشد



۵) برای رسم نمودار برای آنی لازم است که نمودار را به صورت ضابطه بنویسیم

$$f_n - [n] = \begin{cases} 2 & n=2 \\ 2n-1 & 1 \leq n \leq 2 \\ 2n & 0 \leq n \leq 1 \\ 2n+1 & -1 \leq n \leq 0 \\ 2n+2 & -2 \leq n \leq -1 \end{cases}$$



۶) معلومی که یک تابع حقیقی باشد یعنی ضابطه آن به صورت $f(n) = an + b$ می‌باشد. برای این که این ضابطه در حالت کلی صحیح باشد

۱) اگر $a = 2$ $\frac{(n-1)(n-2)}{(n-2)} + b = n-1 + b = n \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a-b = -1$

۲) اگر $a = -1$ $\frac{(n-1)(n-1)}{(n-1)} + b = n-1 + b = n \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a-b = -2$

بنابراین نمی‌توانیم ضابطه $a-b = 2$ را بنویسیم

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n^2 + 2n^2 - n - 2}{n^2 - 1} & ; n \neq \pm 1 \\ \frac{n(n^2 - 1) + 2(n^2 - 1)}{n^2 - 1} = n + 2 \end{cases}$$

بنابراین می‌توانیم تابع $g(n) = n + 2$ را بنویسیم. برای این که این ضابطه در حالت کلی صحیح باشد

$g(1) = f(1) \Rightarrow 3 = \frac{a+b}{b+1} \Rightarrow 3b+3 = a+b \Rightarrow 2b-a = -1$

$g(-1) = f(-1) \Rightarrow 1 = \frac{-a+2}{b-1} \Rightarrow b-1 = -a+2 \Rightarrow \frac{b+a}{b-1} = 2 \Rightarrow b = 1$

Parsian $a+b = 2 + 1 = 3$

مطلوبه

$$f(x) = \sqrt{x-a} + K-1 \Rightarrow Df = x-a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a}{f} \quad (A)$$

$$g(x) = \sqrt{b-x} + K \Rightarrow b-x \geq 0 \Rightarrow x \leq b \quad (B)$$

$$\frac{a}{f} = b \Rightarrow a = b = f$$

$$g(x) = \sqrt{f-x} + K, f(x) = \sqrt{x-f} + K-1$$

$$\Rightarrow 2K-2-3K = K \Rightarrow -K-2 = K \Rightarrow K = -1 \Rightarrow a = b = f = 2-(-1) = 3$$

$$f(x) = \sqrt{m-x} + n \Rightarrow m-x \geq 0 \Rightarrow x \leq m \Rightarrow Df \cap g = Df \cap g = [-1, m] \Rightarrow m-1$$

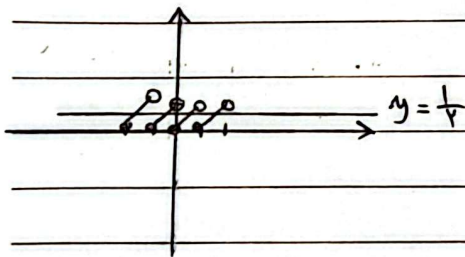
$$g(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$f(1) = g(1) = (1+n) - (1\sqrt{1}) = 1+n-1 = n = 1\sqrt{1} - 1$$

$$\Rightarrow m+n = 1\sqrt{1} + 0$$

$$y = (-1)^x (x - [x]) = \frac{1}{2} \rightarrow ? ; x \in \mathbb{Z}$$

$$0 < y < 1 ; x \in \mathbb{Z}$$



مطلوبه