نام و نام خانوادگی ......آترین جلیلی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ...دوازدهم پسر ۲ B......

۱

$f(x) = x^2+2x+1 + 9x^2-6x+1 + mx^2+nx+mn = (10+m)x^2 + (n-4)x + 2+mn$

$\xrightarrow{\text{تابع ثابت}} 10+m=0 \to \boxed{m=-10}\ ,\ n-4=0 \to \boxed{n=4} \to f(x) = 2+mn = 2-40 = -38$

$g(x) = \{(4,-10),(4,p+1),(\underbrace{p+2}_{-9},-1),(-9,p+k)\} \Rightarrow m+n+p+k = -10+4-11+10 = \boxed{-7}$

$(4,-10)=(4,p+1) \Rightarrow p+1=-10 \to \boxed{p=-11} \to -11+k=-1 \to \boxed{k=10}$

۲

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}}$

$x^2=z \Rightarrow z^2-2z-8\neq 0 \to (z-4)(z+2)=0 \to z=4\ ,\ z=-2$

$\to x^2=4 \to x=\pm 2$

$x^2=-2$ ✗ غ ق ق

$x-2=0 \to \boxed{x=2} \Rightarrow$ جدول تعیین علامت: -2 ، 2 : $-\ \ +\ \ +$

$\to D_f = (-2,2)\cup(2,+\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]}$

$4-2[-x]\neq 0 \Rightarrow 2[-x]\neq 4 \Rightarrow [-x]\neq 2 \Rightarrow x\neq(-3,-2] \Rightarrow D_f = \mathbb{R}-(-3,-2]$

۳

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$

$x(x^2-1)\geq 0 \to x=0,1,-1 \to$ جدول تعیین علامت: -1 ، 0 ، 1 : $-\ +\ -\ +$ $\to D_p = [-1,0]\cup[1,\infty)$

$|x|+x>0 \to |x|>-x \Rightarrow D_g = R^+$

در مخرج نباید صفر شود

$D_f = D_g\cap D_p = [1,+\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$

$|x-2|-x^2\geq 0 \Rightarrow x^2\leq|x-2|$ برای $x\geq 2$ داریم (داخل قدرمطلق مثبت)

$\to x^2-x+2\leq 0 \to \Delta<0$ ریشه ندارد $\to \varnothing$

مخرج: $|x|-1\neq 0 \to \underline{x\neq\pm 1}$

برای $x\leq 2$: (داخل قدرمطلق منفی)

$2-x\geq x^2 \to x^2+x-2\leq 0$

$\to (x+2)(x-1)\leq 0$ جدول تعیین علامت: -2 ، 1 : $+\ -\ +$ $\to -2\leq x\leq 1 \to D_f = [-2,-1)\cup(-1,1)$

۴

$||x-2|-1|-k\neq 0 \to \underset{k\geq 0}{||x-2|-1|\neq k} \xrightarrow[t\geq 0]{|x-2|=t} |t-1|\neq k \to t=1\pm k \to t-1=\pm k$

if $t>0\ ,\ k=0$

if $t=0\ ,\ k=1$

$\to 0=1+k \to k=-1$ غ ق ق

$\to 0=1-k \to \boxed{k=1}$ ق ق

if $k=1 \to ||x-2|-1|=1 \to x=\{4,2,0\}$ شامل ۳ عدد صحیح نیست

۵

$y = 2x-[x]$

$0\leq x<1 \to y=2x$

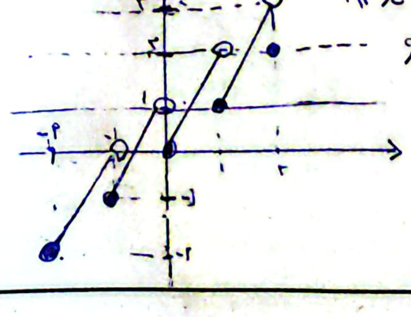
$1\leq x<2 \to y=2x-1$

$x=2 \to y=3$

$-1\leq x<0 \to y=2x+1$

$-2\leq x<-1 \to y=2x+2$

نمودار را به صورت بازه ای رسم می کنیم سپس به معادلهٔ نمودار در هر بازه نقطه می دهیم و شکل را رسم می کنیم



$f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x+a} + b \xrightarrow{\times(x+a)} x^2-4x+3+b(x+a) = x(x+a) \rightarrow x^2-4x+3+bx+ab = x^2+ax$

در تابع همانی $y=x$

$\rightarrow (-4+b)x + (3+ab) = ax$

$\rightarrow -4+b = a \rightarrow b = a+4$ $\qquad \Rightarrow a-b = -1-3 = -4$ ۶

یا $\quad = -3-1 = -4$

$\rightarrow 3+ab = 0 \rightarrow 3+a(a+4) = 0$

$\rightarrow a^2+4a+3 = 0 \rightarrow a = -1$ یا -3 $\qquad \rightarrow a-b = -4$

$\rightarrow b = 3$ یا 1

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} & x \neq \pm 1 \\ \frac{ax+2}{x+b} & x = \pm 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{بعد از تقسیم}} \frac{(x^2+3x+2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{\cancel{(x+1)}(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}} = x+2$

$\rightarrow$ if $x \neq 1,-1 \rightarrow f(x) = x+2$, $f(x)=g(x) \rightarrow x+2 = x+c \rightarrow c = 2$ ۷

$\xrightarrow{x=1} \frac{a+2}{1+b} = x+2 = 3 \rightarrow 3+3b = a+2 \rightarrow a-3b = 1 \qquad \rightarrow -4b = -2 \rightarrow b = \frac{1}{2}, a = \frac{5}{2}$

$\xrightarrow{x=-1} \frac{-a+2}{-1+b} = (-1)+2 = 1 \rightarrow -a+2 = -1+b \rightarrow a+b = 3 \qquad \rightarrow \boxed{b+c = 2+\frac{1}{2} = \frac{5}{2}}$

$2f-g(1) = 2(\sqrt{4-3a}+k-1) - \sqrt{b-4} - 3k$ $\qquad a \leq \frac{4}{3}$

$= -k + 2\sqrt{4-3a} - \sqrt{b-4} - 2 = -k \rightarrow 3a - \frac{b}{2} = 2\underbrace{\sqrt{4-3a}}_{t} - \underbrace{\sqrt{b-4}}_{s} - 2$ $\qquad b \geq 4$

$t^2 = 4-3a \rightarrow \frac{-t^2+4}{3} = a$, $t \geq 0$; $s^2 = b-4 \rightarrow b = s^2+4$, $s \geq 0 \Rightarrow 3\left(\frac{-t^2+4}{3}\right) - \frac{s^2+4}{2} = 2t-s-2$ ۸

$\rightarrow t^2+2t+\frac{s^2}{2}-s-4 = 0 \xrightarrow{\times 2} s^2-2s+(2t^2+4t-8) = 0 \rightarrow s = \frac{2 \pm \sqrt{4-4(2t^2+4t-8)}}{2} \rightarrow 1-(2t^2+4t-8) \geq 0$

$\rightarrow 9-2t^2-4t \geq 0$

$\rightarrow t^2+2t-\frac{9}{2} \leq 0 \rightarrow t = \frac{-2 \pm \sqrt{4+18}}{2} \rightarrow 0 \leq t \leq \frac{-2+\sqrt{22}}{2}$

$f(x) = -\sqrt{m-x} + n \rightarrow m-x \geq 0 \rightarrow m \geq x \rightarrow D_f = (-\infty, m]$

$g(x) = \sqrt{2x+2} \rightarrow 2x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \rightarrow D_g = [-1, +\infty)$

$D_{f+g} = [-1,7] = D_f \cap D_g = (-\infty, m] \cap [-1, +\infty) = [-1, m] \rightarrow m = 7$ ۹

$f-g(3) = \sqrt{m-3} + n - \sqrt{8} \xrightarrow{m=7} 2+n-2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \rightarrow n = 8\sqrt{2}-2$

$m+n = 7+8\sqrt{2}-2 = 5+8\sqrt{2}$

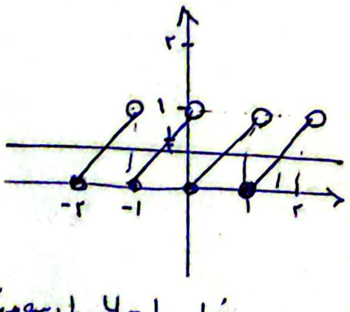
$y = (-1)^2(x-[x]) = \frac{1}{2} \rightarrow x-[x] = \frac{1}{2}$

با توجه به شکل نمودار $x-[x]$ در بازهٔ $[-2,2]$ خط $y=\frac{1}{2}$ را در ۴ نقطه نمودار قطع می‌کند. ۱۰

$x = [x] + \frac{1}{2}$

بنابراین معادله ۴ جواب دارد

$x = -1/5, -0/5, 0/5, 1/5$



خط $y=\frac{1}{2}$ را رسم می‌کنیم