پارسا ملکی     سلام پیر A     تکلیف ۲

۱- $f(x) \xrightarrow{\text{ثابت}} F(x) = x^2 + 1 + 3x + 9x^2 + 1 - 4x^2 + mx^3$

$+ nx + mn \rightarrow 10x^2 - 4x + 2 + mx^3 + nx + mn$

$\rightarrow m = -10 \,,\; n = 4 \Rightarrow f(x) = 48$

$g(x) \longrightarrow m + n + k + p$

$\Rightarrow m = -10 \Rightarrow p + 1 = -10 \Rightarrow p = -11$

$p + k = -1 \Rightarrow k = 10 \longrightarrow -10 + 4 - 11 + 10 = -7$

۲- الف) $\dfrac{x-2}{x^4+2x^2-8} \geq 0 \Rightarrow \dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)} \geq 0$

$\begin{array}{ccccc} & -2 & & 2 & \\ - & 0 & + & 0 & + \end{array} \Rightarrow D = (-2, +\infty) - \{2\}$

ب) $\dfrac{3x^2+1}{4-2[-x]} \Rightarrow 4 - 2[-x] \neq 0$

$\Rightarrow 4 \neq 2[-x] \Rightarrow 2 \neq [-x] \Rightarrow D = \mathbb{R} - (-3, -2]$

۳-

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$ $\quad x(x^2-1) \geq 0$

$$\begin{array}{ccccccc} & -1 & & 0 & & 1 & \\ - & & + & & - & & + \end{array} \quad (1)$$

$|x|+x > 0 \quad (2)$

$\Rightarrow x > 0 \xRightarrow{(1),(2)} D_f = [1, +\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \longrightarrow |x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1 \quad (1)$

$|x-2| - x^2 \geq 0 \Rightarrow |x-2| \geq x^2$

$+: x-2 \geq x^2$

$-: 2-x \geq x^2$

$x^2 - x + 2 \rightarrow$ جواب

$x^2 + x - 2 \rightarrow (x+2)(x-1)$ $\quad -2 \quad 1$

$$\begin{array}{ccccc} & -2 & & 1 & \\ + & & - & & + \end{array}$$

جواب

$\Rightarrow D_f = [-2, 1) - \{-1\}$

۴-

$\dfrac{1}{||x-2|-1|-x} \Rightarrow ||x-2|-1| = k$

$\Rightarrow |x-2|-1 = k \Rightarrow |x-2| = k+1$

$x-2 = k+1$

$x-2 = -k-1$

$\Rightarrow x = k+3$ یا $x = 1-k$

P4PCO

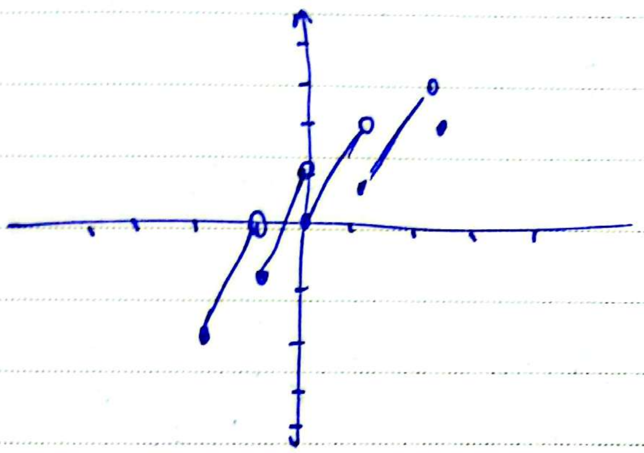
$\{|x-2|-1=-k \Rightarrow |x-2|=1-k \Rightarrow x-2=1-k$

$x-2=k-1 \Rightarrow x=k+1$ یا $x=3-k$

$\Rightarrow k=x-3$ یا $1-x$ یا $3-x$ یا $k=x-1$

$\Rightarrow 3-k=k+1 \Rightarrow \boxed{k=1}$

۵-



۶-

$\dfrac{x^2-4x+3}{x+a}+b=x \Rightarrow \dfrac{(x-1)(x-3)}{x+a}+b=x$

$\Rightarrow \text{if } a=-1 \Rightarrow x-3+b=x \Rightarrow b=3$

$\Rightarrow a-b=-4$

$\text{if } a=-3 \Rightarrow x-1+b=x \Rightarrow b=1 \Rightarrow a-b=-4$

جمع مقادیر ممکن $a-b$ ــ $\Rightarrow -4+(-4)=-8$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} & x\neq \pm 1\\[2ex] \dfrac{ax+2}{x+b}\end{cases} \Rightarrow \frac{(x^2+3x+2)(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{(x+1)(x+2)}{x+1}=x+2=g(x)\Rightarrow (=2)$$

$$\text{if } x=1 \Rightarrow \frac{a+2}{1+b}=3 \Rightarrow a+2=3+3b \Rightarrow$$

$$\text{if } x=-1 \Rightarrow \frac{-a+2}{-1+b}=1 \Rightarrow -a+2=-1+b \Rightarrow$$

$$a=3-b$$

$$\Rightarrow 3b=3-b \Rightarrow b=\frac{1}{2} \qquad \cancel{a}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

$$f(x)=\sqrt{4x-3a} \qquad g(x)=\sqrt{b-4x} \qquad -8$$

$$D_f = 4x-3a\geq 0 \Rightarrow 4x\geq 3a \Rightarrow x\geq \frac{3}{4}a$$

$$D_g = b-4x\geq 0 \Rightarrow b\geq 4x \Rightarrow x\leq \frac{b}{4}$$

$\frac{b}{۴} = ۱ \,,\, \frac{۳a}{۴} = ۱ \Rightarrow a = \frac{۴}{۳} \,,\, b = ۴$

$۲x - ۲ - ۳x = x \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow ۳ \times \frac{۴}{۳} - \frac{۴}{۲} + ۱$

$= ۳$

۴- $g(x) = \sqrt{۲x + ۲} \,,\, f(x) = \sqrt{m - x} + n$

$D_{f+g} = [-۱, ۷] \Rightarrow D_f \cap D_g = [-۱, ۷] \Rightarrow$

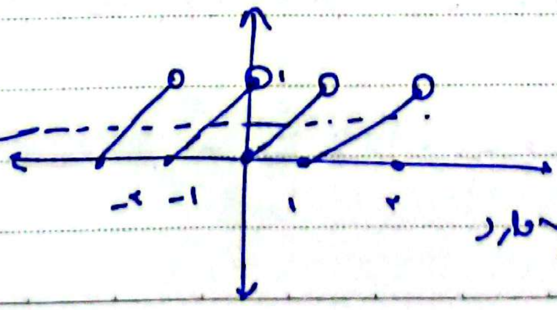
$۲x + ۲ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۱ \qquad m - x \geq ۰ \Rightarrow m \geq x$

$\Rightarrow m = ۷$

$f - g(۳) = ۶\sqrt{۲} \Rightarrow ۲ + n - ۲\sqrt{۲} = ۶\sqrt{۲} \Rightarrow n = ۸\sqrt{۲} - ۲$

$\Rightarrow m + n = ۷ + ۸\sqrt{۲} - ۲ = ۵ + ۸\sqrt{۲}$

۵- $y = (-۱)^۲ (x - [x]) = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x - [x] = \frac{۱}{۲}$




نمودار $x - [x]$ ←

$y = \frac{۱}{۲}$ خط ←

هم برخورد دارد بی‌شمار جواب دارد