نام و نام خانوادگی عرفان عبداللهی **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** دو **کلاس** دوازدهم تجربی A

۲۰

۱

$f(x)=(x+۱)^۲+(۳x-۱)^۲+mx^۲+nx+mn$

$=x^۲+۱+۲x+۹x^۲+۱-۶x+mn^۲+mn+mm=(۱۰+m)x^۲+(n-۴)x+۲+mn+mn^۲$

$۱۰+m=۰\to m=-۱۰$ ، $n-۴=۰\to n=۴$ $m+n+p+k=۱۰-۱۱+۴-۱۰=-۷$

$g(x)=\{(۴,m),(n,p+۱),(p+۲,-۱),(-۹,p+k)\}$

$(۴,-۱۰)$ ، $(۴,\underbrace{p+۱}_{-۱۰})$ ، $(\underbrace{p+۲}_{-۹},-۱)$ ، $(-۹,\underbrace{p+k}_{-۱})$

$\to p+۱=-۱۰$، $p=-۱۱$

$\to -۱=-۱۱+k$، $k=۱۰$

۲

۲

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x-۲}{x^۴-۲x^۲-۸}}\to\dfrac{x-۲}{x^۴-۲x^۲-۸}\geq۰$ $x-۲\to۲$

$x^۴-۲x^۲-۸=۰\xrightarrow{x^۲=t}t^۲-۲t-۸=۰$

$t=۴$ ق ق، -۲ غ ق ق $\to x^۲=+۴$، $x=\pm۲$

$-۲\quad+۲$: $-$ ن $+$ ن $+$ $\longrightarrow D_f=(-۲,+\infty)-\{۲\}$

ب) $f(x)=\dfrac{۲x^۲+۱}{۴-۲[-x]}\longrightarrow ۴-۲[-x]\neq۰\to ۴-۲[-x]=۰$

$۲=[-x]$

$+۲\leq-x<۳\to -۲\geq x>-۳$

$D_f=\mathbb{R}-[-۲,-۳)$

۲

۳

الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^۲-۱)}}{\sqrt{|x|+x}}\to x(x^۲-۱)\geq۰$ (۰، -۱، $+۱$)

$-۱\quad۰\quad+۱$: $-\,|\,+\,|\,-\,|\,+$ $\quad x\in[۱,+\infty)\ (I)$

$\to |x|+x>۰$ (اعداد مثبت) $\to x\in(۰,+\infty)(II)\to(I)\cap(II)$

$D_f=[۱,+\infty)$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-۲|-x^۲}}{|x|-۱}\longrightarrow |x-۲|-x^۲>۰$

$x-۲\geq۰\to -x^۲+x-۲>۰\to \Delta<۰$ $x\in\varnothing$

$x-۲<۰\ II\to -x^۲-x+۲>۰$ $\quad -۲\quad+۱$: $-\,|\,+\,|\,-\to x\in[-۲,+۱](I)$

$I\cap II=[-۲,+۱]$

$|x|\neq۱$، $x\neq\pm۱\longleftarrow |x|-۱$

$D_f=[-۲,۱)-\{-۱\}$

۲

۴

$y=\dfrac{۱}{||x-۲|-۱|-k}\longrightarrow ||x-۲|-۱|-k\neq۰\longrightarrow ||x-۲|-۱|-k=۰$

$||x-۲|-۱|=k$

$\xrightarrow{k\geq۰\ I}|x-۲|-۱=k\to|x-۲|=k+۱$ $(k+۱\geq۰\ II)$: $x-۲=-k-۱$ ①، $x-۲=k+۱$ ②

$\to|x-۲|-۱=-k\to|x-۲|=۱-k$ $(۱-k\geq۰\ III)$: $x-۲=۱-k$ ③، $x-۲=k-۱$ ④

$II\quad k\geq-۱$

$III\quad k\leq۱$

$I\quad k\geq۰$

$I\cap II\cap III\longrightarrow ۰\leq k\leq۱$

به ازای k=۱ قابل قبول و به ازای ۰ غیر قابل قبول است.

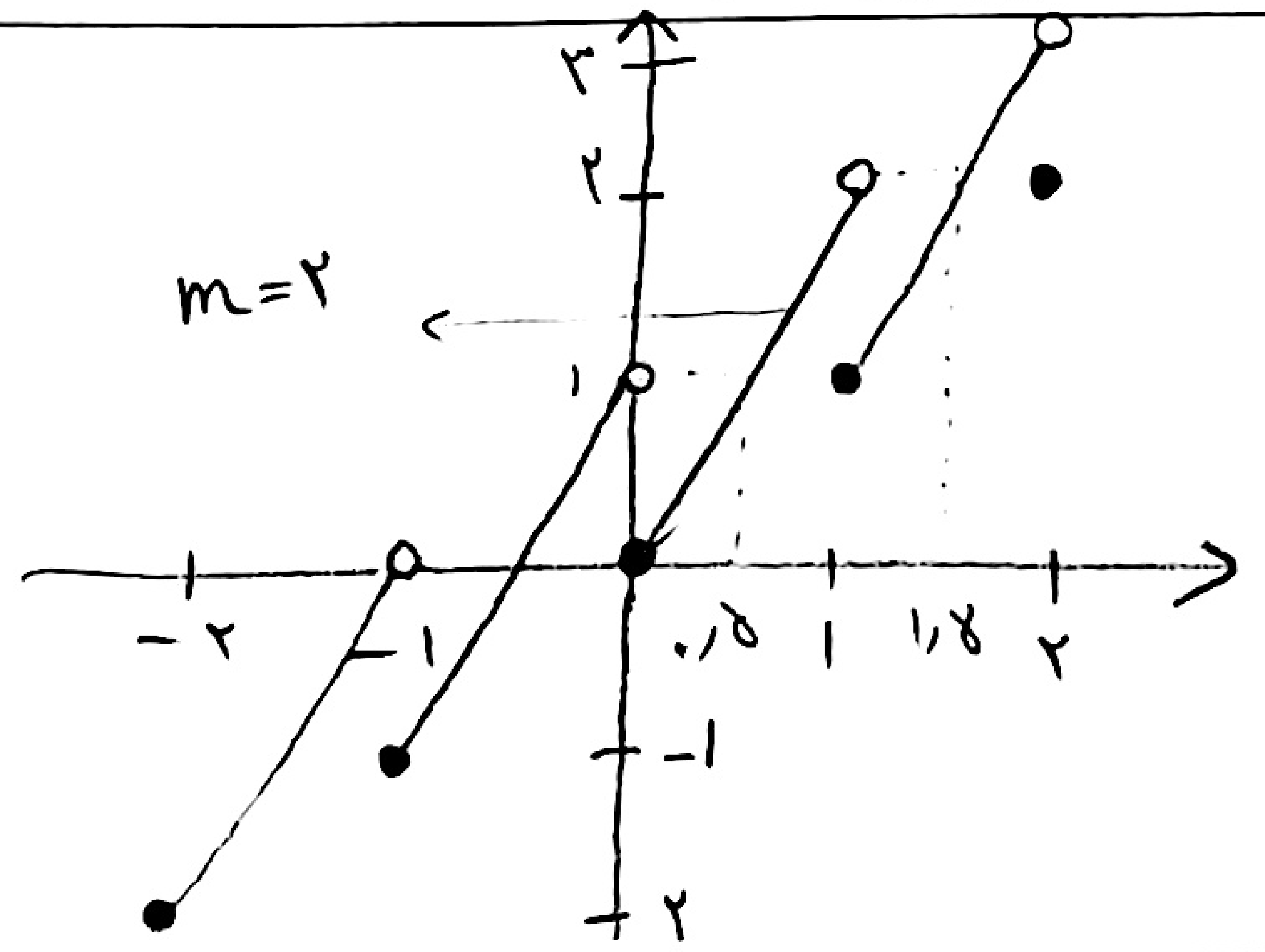
$x_۱=۱-k$، $x_۲=۳+k$، $x_۳=۳-k$، $x_۴=k+۱$

$\xrightarrow{x,k\in\mathbb{Z}}$ $k=۱\to x_۱=۰$، $x_۲=۴$، $x_۳=۲$، $x_۴=۲$ ق ق

$\xrightarrow{k=۰}$ $x_۱=۱$، $x_۲=۳$، $x_۳=۳$، $x_۴=۱$ غ ق ق

۲

۵



$y=۲x-[x]\xrightarrow{x\notin\mathbb{Z}}۲x-p$

به ازای x های غیر صحیح تابع به صورت خطی با شیب ثابت ۲ است و در مقادیر صحیح x تابع دچار ناپیوستگی می شود.

$f(-۲)=-۲$

$f(-۱)=-۱$

$f(۰)=۰$

$f(۱)=۱$

$f(۲)=۲$

$f(۰/۵)=۱-[۰/۵]=۱$

$f(۱/۵)=۳-[۱/۵]=۲$

۲

۶

$f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{x+a}+b=\frac{(x-۱)(x-۳)}{x+a}+b=x$ ← تابع همانی

$\underrightarrow{\text{if } (x+a)=(x-۱)}, \{۱\}\notin D_f \quad (x-۳)+b=x \longrightarrow b=۳ , \quad a=-۱$

$\underrightarrow{\text{if } (x-۳)=(x+a)}, \{۳\}\notin D_f \quad (x-۱)+b=x \longrightarrow b=۱ , \quad a=-۳$

$a-b \begin{cases} \rightarrow -۱-۳=-۴ \\ \rightarrow -۳-۱=-۴ \end{cases} \longrightarrow$ برای هر دو مقدار، $a-b$ برابر -۴ است.

۲

۷

$f(x)\begin{cases} \frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱} & ; x\neq \pm۱ \\ \frac{ax+۲}{x+b} & ; x=\pm۱ \end{cases} \longrightarrow \frac{(x-۱)(x^۲+۳x+۲)}{(x+۱)(x-۱)}=\frac{(x-۱)(x+۱)(x+۲)}{(x+۱)(x-۱)}=x+۲$

$g(x)=x+c \to c=۲$

$f(۱)=g(۱)=+۳ \longrightarrow \frac{a+۲}{۱+b}=۳ \to ۳+۳b=a+۲ \to ۳b-a=-۱$

$f(-۱)=g(-۱)=+۱ \longrightarrow \frac{-a+۲}{b-۱}=۱ \longrightarrow b-۱=۲-a \to b+a=۳$

$\to ۴b=۲, \; b=\frac{۱}{۲}, \; a=\frac{۵}{۲}$

$b+c=۰/۵+۲=۲/۵$

۲

۸

$۲f-g=\{(۱,k)\} \qquad D_f\cap D_g=\{۱\} \qquad b-۴x\geqslant ۰ \to \frac{b}{۴}\geqslant x \qquad D_g=(-\infty,\frac{b}{۴}]$ ✓

$D_f\cap D_g=\{۱\}=\frac{b}{۴}=\frac{۳a}{۴}\to b=۳a=۴ \qquad ۴x-۳a\geqslant ۰\to \frac{۳a}{۴}\leqslant x \qquad D_f=[\frac{۳a}{۴},+\infty)$ ✓

$g(x)=\sqrt{۴-۴x}+۳k \; , \; f(x)=\sqrt{۴x-۳a}+k-۱ \to (۲f-g)(۱)$ $(۱,k)$

$=۲(\sqrt{۴-۴}+k-۱)-(\sqrt{۴-۴}+۳k)=۲k-۲-۳k=-k-۲\to -k-۲=k$ ✓

$۲k=-۲ \longrightarrow k=-۱ \qquad ۳a-\frac{b}{۲}-k=۴-\frac{۴}{۲}-(-۱)=\underline{۳}$

۲

۹

$D_{f\times g}=[-۱,۷] \to D_f\cap D_g=[-۱,۷] \qquad D_f=(-\infty,m] \qquad m-x\geqslant ۰ \to x\leqslant m$

$D_f\cap D_g=[-۱,m]=[-۱,۷]\to m=۷ \qquad D_g=[-۱,+\infty) \qquad ۲x+۲\geqslant ۰\to ۲x\geqslant -۲, \; x\geqslant -۱$

$(f-g)(۳)=۶\sqrt{۲} \longrightarrow \sqrt{۷-۳}+n-\underbrace{\sqrt{۲(۳)+۲}}_{-\sqrt{۸}=-۲\sqrt{۲}}=۶\sqrt{۲}\to ۲+n-۲\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲}$

$n=۸\sqrt{۲}-۲$ ✓

$m+n=۸\sqrt{۲}-۲+۷=۸\sqrt{۲}+۵$ ✓

۲

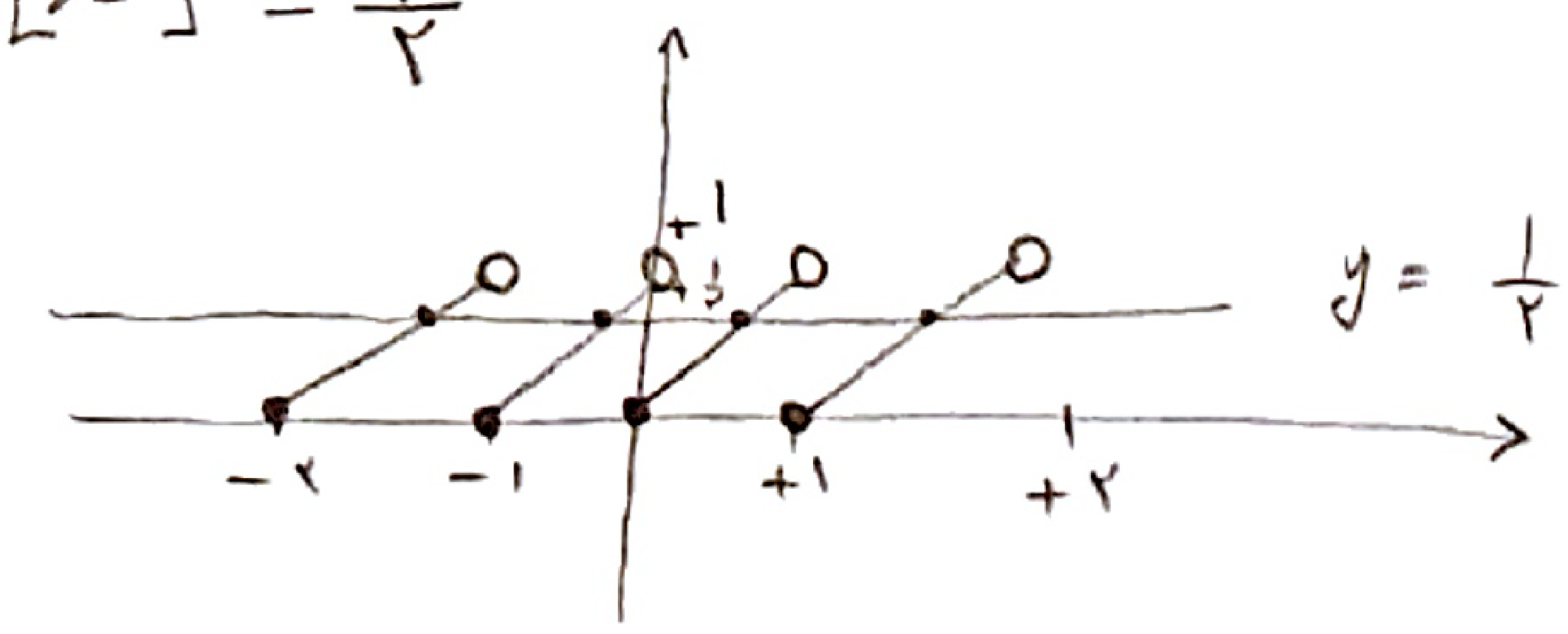
۱۰

$y=(-۱)^۲(x-[x])=\frac{۱}{۲}$

$=x-[x]=\frac{۱}{۲}$

خط $y=\frac{۱}{۲}$ این تابع مورد نظر را در ۴ نقطه قطع می‌کند.

(۴ جواب دارد)



۲