

۱۸/۲۵

پروهام شرعی

۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a+b$ را بیابید.

نوع ۲ و ۲⁺، منفی می شود پس برای اینکه عبارت مخرج $x=2$ صفر نشود فریم باید داشته باشد و چون $x=2$ در مخرج فریم زده که

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = x^2 + ax + b$$

$$\left. \begin{matrix} a = -4 \\ b = 4 \end{matrix} \right\} a+b=0$$

(۲)

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a}\right]$ را بیابید.

$$x^2 + ax + b = (x - \sqrt{4})^2 = x^2 - 2\sqrt{4}x + \sqrt{4}^2$$

$$\left[\frac{b}{a}\right] = \left[\frac{\sqrt{4}^2}{-2\sqrt{4}}\right] = -1$$

(۲)

برهان شریعی

۳- اگر $\lim_{n \rightarrow (\frac{1}{\sqrt{r}})^+} \frac{[-n] + a}{|\frac{\sqrt{r}}{r}n + a| + a} = -\infty$ باشد مقدار $[a]$ بیابید.

$$\rightarrow \frac{[-\frac{1}{\sqrt{r}}] + a}{|\frac{\sqrt{r}}{r} \times \frac{1}{\sqrt{r}} + a| + a} = \frac{a-1}{|\frac{1}{r} + a| + a}$$

اگر $\frac{1}{r} + ra = -\infty$ $\frac{a-1}{\frac{1}{r} + ra} = -\infty$
 جواب $-\infty$ نمی شود
 غلط
 جواب $-\infty$ نمی شود

۲

$$\rightarrow \frac{a-1}{\frac{1}{r} + ra} = -\infty \rightarrow ra = -\frac{1}{r} \Rightarrow \frac{-\frac{1}{r} - 1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r}} = \frac{-\frac{r}{r} - 1}{\frac{2}{r}} = -\infty \text{ غلط}$$

$$a = -\frac{1}{r} \rightarrow [a] = [-\frac{1}{r}] = -1 \checkmark$$

نزدیک $\rightarrow$ منفی $\rightarrow$ $\frac{rx}{x^r} \rightarrow x = -\frac{1}{r}$

۴- مقدار $[a]$ بیابید.

$$\lim_{n \rightarrow (-\frac{1}{r})^+} \frac{14n - [-\frac{r}{n^r}]}{24n + [\frac{r}{n^r}]} = \frac{14x + 9}{24x + 14} = \frac{1}{(-12)^+ + 12} = \frac{1}{0^+} = +\infty \checkmark$$

$\frac{-rx}{x^r} \rightarrow x = -\frac{1}{r}$

۲

پروہام شریعی

د- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]}$ - انوسید

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{x+2}{x^2+2x+4} \\ &= \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

نوٹ: $x=2$ سے متعلق

۱۲

۱,۷۵

۴- عبارت

وہی $x \rightarrow -\infty$ ایسا

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 10x + 19}{12 + 4\sqrt[3]{x}} \stackrel{\%}{=} \frac{2x + 10}{\frac{4}{\sqrt[3]{x^3}}} = \frac{-\infty}{\frac{1}{\infty}} = -\infty$$

۲

برهان ضربی

۷ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$ ، اینست جواب

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \xrightarrow{1-\cos x \sim \frac{x^2}{2}} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\frac{x^2}{2}} = \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{-\frac{1}{2}x}$$

$$\xrightarrow{\text{Hof}} \frac{\frac{1}{2\sqrt{2+x}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}}}{-\frac{1}{2\sqrt{2}}}$$

۲

۸ - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{k x^2} = ?$

۲

$$\frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{k x^2} \xrightarrow{\text{Hof}} \frac{-\sqrt{a} \sin(\sqrt{a} x)}{2 k x} \xrightarrow{\text{Hof}} \frac{-a \cos(\sqrt{a} x)}{2 k} = ? \sim \frac{-a}{2 k} = ?$$

$\frac{a}{k} = -4$

$a > 0$ $\lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt{x-a} + \sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

$$\frac{\sqrt{x-a} + \sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \times \frac{(\sqrt{x^2 - a^2})(\sqrt{x+a}) \times (\sqrt{x} + \sqrt{a})}{(\sqrt{x^2 - a^2})(\sqrt{x+a}) \times (\sqrt{x} + \sqrt{a})}$$

$$\frac{(\sqrt{x^2 - a^2})(\sqrt{x+a}) + (x-a)(\sqrt{x+a})}{\sqrt{x-a} \times \sqrt{x+a} \times \sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{\sqrt{x-a} \times \sqrt{x+a} (\sqrt{x+a}) + (x-a)(\sqrt{x+a})}{\sqrt{x-a} \times \sqrt{x+a} \times \sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x-a} \sqrt{x+a}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt{x-a} \sqrt{x+a}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt{x-a} \sqrt{x+a}} \times \frac{\sqrt{x+a}}{\sqrt{x+a}} \right) \rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{(\sqrt{x-a} \sqrt{x+a})(\sqrt{x+a})} \right) = \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{(\sqrt{x-a} \sqrt{x+a})(\sqrt{x+a})} \right) = \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{1}{\sqrt{a}} + 0$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{a}{a}} = \sqrt{\frac{1}{1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1 - k[x]}{x^2 - 1} = \frac{1 + k}{0^+} = -\infty \rightarrow 1 + k < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1 - k[x]}{x^2 - 1} = \frac{1 + k}{0^-} = -\infty \rightarrow 1 + k > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 + k < 0 \\ 1 + k > 0 \end{array} \right\} -1 < k < -\frac{1}{r}$$

$$\left. \begin{array}{l} -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{r} \\ -1 < \cos k\pi < 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{طول موج منتهی صفر است!}$$

سایه موج منتهی صفر است!

10

4