Subject:
Year: Month: Day: page: ( )

س۱) مخرج ریشه مضاعف ⇐ چون علامت حد مشخص است

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{-1}{(x-2)^2} \Rightarrow a=-4 , b=4$$

$$a+b=0$$

س۲) مخرج ریشه مضاعف ⇐ علامت حد مشخص

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{x}{(x-\sqrt[3]{4})^2}$$

$$\Rightarrow a=-2\sqrt[3]{4}=-2^{\frac{5}{3}} , b=2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{2^{\frac{4}{3}}}{-2^{\frac{5}{3}}}\right]=\left[-2^{-\frac{1}{3}}\right]=-1$$

س۳)

$$\lim_{x\to \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty=\lim\frac{-1+a}{\left|\frac{1}{3}^+ +a\right|+a}=-\infty$$

$$\xRightarrow{\text{مخرج صفر}} \left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}+2a=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3}=0 \ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow [a]=-1$$

س۴)

$$x>-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x}<-2 \Rightarrow \frac{1}{x^2}>4 \rightarrow -\frac{2}{x^2}<-8$$

$$\frac{3}{x^2}>12$$

$$\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]}=\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\frac{16x+9}{24x+12}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

Arman

(۵

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

$$=\frac{x+2}{x^2+2x+4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

(۶

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\frac{0}{0}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to -8}\frac{2x+10}{6\cdot\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}=-12$$

(۷

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{4x}{\sqrt{\sin^2 x}}=\frac{4x}{|\sin x|}\overset{\text{همارزی}}{=}\cancel{\frac{4x}{|2x|}}\lim_{x\to 0^-}=\frac{4x}{|x|}=\frac{4x}{-x}=-4$$

(۸

جواب که مشخص و مخرج صفر $\Rightarrow$ صورت صفر

$$K+\underbrace{\cos(\sqrt{a}\times 0)}_{1}=0\Rightarrow K=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\cos(\sqrt{a}\,x)}{-1\,x^2}=3\xrightarrow{\text{همارزی}}\lim_{x\to 0}\frac{-1+\left(1-\frac{ax^2}{2}\right)}{-x^2}=3$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{ax^2}{2}}{-x^2}=3\Rightarrow a=6$$

$$\lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲\sqrt{x-۳a}+۳\sqrt{x}-\sqrt{۲۷a}}{\sqrt{x^2-۹a^2}} = \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲\sqrt{x-۳a}}{\sqrt{(x-۳a)(x+۳a)}} + \frac{۳\sqrt{x}-۳\sqrt{۳a}}{\sqrt{x-۳a}\sqrt{x+۳a}}$$

$$= \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{۶a}} + \frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{\sqrt{x-۳a}\times\sqrt{x+۳a}} = \frac{۲}{\sqrt{۶a}} + \frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{\sqrt{x-۳a}\times\sqrt{x+۳a}} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}$$

$$= \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{۶a}} + \frac{۳(x-۳a)^{\sqrt{x-۳a}}}{\sqrt{x-۳a}\times\sqrt{x+۳a}\times(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})} = \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{۶a}} + 0 = \sqrt{\frac{۲}{۳}a}$$

۱۵)

$$\lim_{x\to -1} \frac{1-K[x]}{x^2-1} = -\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to -1^-} \frac{1-K\times -۲}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1+۲K<0$$

$$\Rightarrow K<-\frac{1}{۲}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to -1^+} \frac{1+K}{0^-} = -\infty \Rightarrow 1+K>0 \Rightarrow K>-1$$

$$\Rightarrow -1<K<-\frac{1}{۲}$$

$$\Rightarrow K\pi<0$$

$$\Rightarrow \cos K\pi <0$$ ⇒ ربع سوم