

۱) اگر x نامرئی در حدی به صفت x باشد، آن را می توانیم در حدی x قرار دهیم.

$$x=2 \Rightarrow x^2 + 2a + b = 4 \Rightarrow 2a + b = 4$$

از طرفی می دانیم که برای آنکه حد را به دست آوریم، باید x را به 2 نزدیک کنیم، پس $x=2$ را در حدی x قرار می دهیم.

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow a = -4, b = 4 \Rightarrow a+b=0$$

۲

۲) در حدی x به $\sqrt[3]{4}$ نزدیک می شویم، پس $x=\sqrt[3]{4}$ را در حدی x قرار می دهیم.

$$(x - \sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16} \Rightarrow a = -2\sqrt[3]{4}, b = \sqrt[3]{16}$$

۳

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{4}}{-2 \times \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{-2} = \frac{4}{-2} = -2 \Rightarrow \left[\frac{b}{a}\right] = -2$$

$$x \rightarrow \left(\frac{1}{x}\right)^+ \Rightarrow x > \frac{1}{x} \Rightarrow x > \frac{\sqrt{x}}{x} \Rightarrow 0 < \frac{\sqrt{x}}{x} < 1 \Rightarrow [-x] = -1$$

۴

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{x}\right)^+} \frac{a-1}{\frac{1}{x} + a + a} = -\infty \Rightarrow \frac{1}{x} + a + a = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} + a = -a$$

$$\frac{1}{x} + a = -a \Rightarrow \frac{1}{x} = -2a \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow [a] = -1$$

$$\frac{1}{x} + a = a \Rightarrow \frac{1}{x} = 0 \text{ غلط}$$

$$x \rightarrow \left(-\frac{1}{x}\right)^+ \Rightarrow x > -\frac{1}{x} \Rightarrow x^2 < \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x^2} > x \Rightarrow \frac{-2}{x^2} < -1 \Rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -1$$

۵

$$\Rightarrow 1 < x^2 < 12 \Rightarrow \frac{3}{x^2} > \frac{1}{12} \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 12$$

۶

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{x}\right)^+} \frac{-1 - (-1)}{-1x^2 + 12} = \frac{0}{0^+} = +\infty$$

$$x \rightarrow x^+ \Rightarrow x^2 \rightarrow x^2 \Rightarrow x^2 < x \Rightarrow [x^2] = 1$$

۷

$$\lim_{x \rightarrow x^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{2x}{2x} = \frac{2}{2} = 1$$

۸

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 10x + 14}{4\sqrt{x} + 12} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{2x + 10}{4 \times \frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{-4}{4 \times \frac{1}{\sqrt{-1}}} = -1$$

۹

۱۰

⑦ از همان روشی که در بالا دیدیم داریم: $\cos x \sim 1 - \frac{x^2}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{2} \sim 1 - \cos x$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{\frac{x}{2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{-\frac{x}{\sqrt{2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})}{-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})}{-x} \times \frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}} = \frac{\sqrt{2}(2+x - 2+x)}{-x \times 2\sqrt{2}} \quad \textcircled{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \times 2x}{-2x\sqrt{2}} = \textcircled{-1} \quad \checkmark$$

⑧ از همان روشی که در بالا دیدیم داریم: $\cos \sqrt{x} \sim 1 - \frac{ax^2}{2}$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{k+1 - \frac{ax^2}{2}}{kx^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2k+2 - ax^2}{2kx^2} \quad \textcircled{9}$$

چون $k+1 - \frac{ax^2}{2} \rightarrow 0$ پس $k+1=0 \Rightarrow k=-1$
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-ax^2}{2x^2} = 3 \Rightarrow a=6 \Rightarrow \frac{a}{k} = -6 \quad \checkmark$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2\sqrt{x-\frac{1}{2}} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2\sqrt{x-\frac{1}{2}}}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{2}})}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}} \quad \textcircled{9}$$

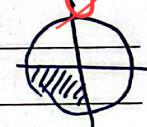
$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2}{\sqrt{x+\frac{1}{2}}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{2}})}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{2}}} \quad \textcircled{10}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2}{\sqrt{x+\frac{1}{2}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{3}{2}}} \quad \checkmark$$

1) $x \rightarrow (-1)^+$ $x > -1 \rightarrow \frac{1+k}{0^-} = -\infty \quad \textcircled{11}$

$\Rightarrow 1+k < 0 \Rightarrow k < -1$

2) $x \rightarrow (-1)^-$ $x < -1 \rightarrow \frac{1+k}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1+k < 0 \Rightarrow k < -1$

3) $x \in (-1, -\frac{1}{2}) \rightarrow -1 < k < -\frac{1}{2} \rightarrow -\pi < \pi k < -\frac{\pi}{2} \rightarrow$ 

مباحث بنجی فقط در اینجا درج شود