

① اگر مجهول در حد درجه یک باشد، آن را می توانیم به صورت $ax+b=c$ بنویسیم.

$$x=2 \Rightarrow x^2 + 2a + b = c \Rightarrow 2a + b = c - 4$$

از طرفی می دانیم که برای آنکه حد را بتوانیم به دست آوریم، باید x را به سمت 0 نزدیک کنیم.

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow a = -4, b = 4 \Rightarrow a+b=0$$

② در صورتی که مجهول در حد درجه 3 باشد، آن را می توانیم به صورت $ax^3+bx^2+cx+d=e$ بنویسیم.

$$(x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16} \Rightarrow a = -2\sqrt[3]{4}, b = \sqrt[3]{16}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{4}}{-2 \times \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{-2} = \frac{4}{-2} \Rightarrow \left[\frac{b}{a}\right] = -1$$

$$x \rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^+ \Rightarrow x > \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{4}} < x < \frac{\sqrt[3]{4}}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\sqrt[3]{4}}{4} < 1 \Rightarrow [x] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^+} \frac{a-1}{\left|\frac{1}{\sqrt[3]{4}}+a\right|+a} = -\infty \Rightarrow \left|\frac{1}{\sqrt[3]{4}}+a\right|+a=0 \Rightarrow \left|\frac{1}{\sqrt[3]{4}}+a\right|=-a$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}+a=-a \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{4}}=-2a \Rightarrow a=-\frac{1}{2\sqrt[3]{4}} \Rightarrow [a] = -1$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}+a=a \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{4}}=0 \text{ غلط}$$

$$x \rightarrow \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^+ \Rightarrow x > -\frac{1}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow x^2 < \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow \frac{1}{x^2} > \sqrt[3]{4} \Rightarrow \frac{-2}{x^2} < -\sqrt[3]{4} \Rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -9$$

$$\Rightarrow 12x > -1, 12x > -12 \Rightarrow \frac{1}{x^2} > 12 \Rightarrow \left[\frac{1}{x^2}\right] = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^+} \frac{-1-(-9)}{-12^++12} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$x \rightarrow 2^+, 2x^2, x^2 < 4 \Rightarrow [x^2] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-4}{x^2-1} \xrightarrow{HOP} \frac{2x}{2x^2} = \frac{2}{4x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+10x+14}{4\sqrt[3]{x}+12} \xrightarrow{HOP} \frac{2x+10}{4 \times \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{-4}{4 \times \frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = -\sqrt[3]{2}$$

(7) از همان روشی که در مثال 5 دیدیم: $\cos x \sim 1 - \frac{x^2}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{2} \sim 1 - \cos x$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{\frac{x}{2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{-\frac{x}{\sqrt{2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})}{-x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})}{-x} \times \frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}} = \frac{\sqrt{2}(2+x - 2+x)}{-x \times 2\sqrt{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \times 2x}{-2x\sqrt{2}} = (-1)$$

(8) از همان روشی که در مثال 5 دیدیم: $\cos \sqrt{a}x \sim 1 - \frac{ax^2}{2}$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{k+1 - \frac{ax^2}{2}}{kx^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2k+2 - ax^2}{2kx^2}$$

چون $2k+2 \neq 0$ پس $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2k+2 - ax^2}{2kx^2} = \infty$ یا $-\infty$ مگر $2k+2 = 0 \Rightarrow k = -1$ پس $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-ax^2}{-2x^2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = -4$

(9) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2\sqrt{x-\frac{1}{2}} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2\sqrt{x-\frac{1}{2}}}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{2}})}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}}$

$$= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2}{\sqrt{x+\frac{1}{2}}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{2}})}{\sqrt{x-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x+\frac{1}{2}}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{2}}}$$

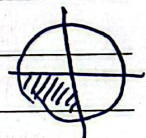
$$= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2}{\sqrt{x+\frac{1}{2}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{3}{2}}}$$

(10) 1) $x \rightarrow (-1)^+$ ، $x > -1 \rightarrow \frac{1+x}{0^-} = -\infty$

$\Rightarrow 1+x > 0 \Rightarrow x > -1$

2) $x \rightarrow (-1)^-$ ، $x < -1 \rightarrow \frac{1+x}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1+x < 0 \Rightarrow x < -1$

3) $|q| \rightarrow k \in (-1, -\frac{1}{2}) \rightarrow -1 < k < -\frac{1}{2} \rightarrow -\pi < \pi k < -\frac{\pi}{2} \rightarrow$



نقطه‌های نقطه‌ها در ناحیه $(-\pi, -\frac{\pi}{2})$ قرار دارند