مانی کریمی

۱۰/۷۵

۱- $\lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} \Rightarrow \begin{cases} x\to 2^+ : & x^2+ax+b=0^+ \\ x\to 2^- : & x^2+ax+b=0^+ \end{cases} \Rightarrow$ این تابع در $x=2$ مضاعف است

$\Rightarrow x^2+ax+b = (x-2)^2 = x^2-4x+4 \Rightarrow a=-4 , b=4 \Rightarrow \boxed{a+b=0}$

۲

۲- $\lim_{x\to \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b} = +\infty \Rightarrow \underset{x\to\sqrt[3]{4}^{+\text{ یا }-}}{x^2+ax+b} = 0^+ \Rightarrow$ این تابع به ازای $x=\sqrt[3]{4}$ مضاعف است

$\Rightarrow (x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2-2\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16} \Rightarrow a=-\sqrt[3]{32} , b=\sqrt[3]{16}$

$\left[\frac{b}{a}\right] = \left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-\sqrt[3]{32}}\right] = \left[\sqrt[3]{\frac{16}{-32}}\right] = \left[-\sqrt[3]{2}\right] = \cancel{0} \quad -1$

۱/۷۵

۳- $\lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+} \frac{[x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{2}x+a\right|+a} = -\infty = \frac{-1+a}{\left|\frac{1}{2}^+ +a\right|+a} = -\infty \Rightarrow \left|\frac{1}{2}^+ +a\right|+a=0$

$\Rightarrow \underbrace{\left|\frac{1}{2}^+ +a\right|} = -a \Rightarrow \frac{1}{2}+a=-a \Rightarrow -2a=\frac{1}{2}^+ \Rightarrow a=-\frac{1}{4}^-$

نمی‌تواند منفی شود
چون مجهول (a) حذف
می‌شود

$\Rightarrow [a] = -1$

۲

۴- $\lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} \frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} = \frac{16x-[-8^-]}{24x+[12^+]} = \frac{16x+9}{24x+12} = \frac{-8+9}{0^+} = \frac{+1}{0^+} = +\infty$

۲

۵- $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{\underbrace{x^3-[x^3]}_{x^3-8}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HoP} \frac{2x}{3x^2} = \cancel{\frac{2}{3}} \quad \frac{1}{3}$

۱

۶- $\lim_{x\to -8} \frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HoP} \frac{2x+10}{6\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{(2x+10)(3\sqrt[3]{x^2})}{6} = \frac{(-6)(12)}{6}$

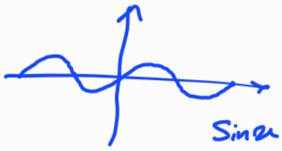
$= -12$

۲

سوال ۷

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}\longrightarrow\lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt{2}}=$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{4x\times\sqrt{2}}{|\sin x|\times 2\sqrt{2}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{4x\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}\sin x}\xrightarrow{\text{فشردگی}}\lim_{x\to 0^-}\underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1}\times\frac{4\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}}=-2$$



سوال ۸

حد مخرج صفر و حاصل حد عددی حقیقی و غیر صفر ← حد صورت نیز برابر صفر بوده

$$\lim_{x\to 0}K+\cos(\sqrt{a}\,x)=0\longrightarrow K+1=0\longrightarrow K=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\cos(\sqrt{a}\,x)}{-x^2}\xrightarrow{\text{هم ارزی}}\lim_{x\to 0}\frac{-1+1-\frac{(\sqrt{a}\,x)^2}{2}}{-x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2}=\frac{a}{2}\longrightarrow\frac{a}{2}=3\longrightarrow a=6$$

$$\frac{a}{K}=\frac{6}{-1}=-6$$

سوال ۹

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}\right)\longrightarrow$$

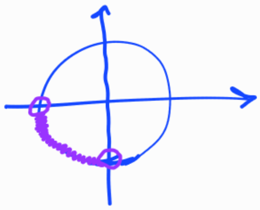
$$\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{2(x-3a)}{(\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a})(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3\sqrt{x-3a}\to 0}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0$$

$$\longrightarrow\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{4}{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

سوال ۱۰

$$\begin{cases}\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-K(-1)}{0^-}=\frac{1+K}{0^-}=-\infty\longrightarrow 1+K>0\longrightarrow K>-1 \quad (\mathrm{I})\\ \lim_{x\to(-1)^-}\frac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1-K(-2)}{0^+}=\frac{1+2K}{0^+}=-\infty\longrightarrow 1+2K<0\longrightarrow K<-\frac{1}{2} \quad (\mathrm{II})\end{cases}$$

$$(\mathrm{I})\cap(\mathrm{II})\longrightarrow -1<K<-\frac{1}{2}\longrightarrow\begin{cases}-\pi<K\pi<-\frac{\pi}{2}\\ -1<\cos K\pi<0\end{cases}$$



ناحیه سوم