نام و نام خانوادگی کوروش شیرانی فر پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۰ کلاس دوازدهم A

۸

$\lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ => چون صورت عبارت -1 است پس مخرج باید 0^+ بشود $\Rightarrow x^2-ax+b=(x-2)^2$ $\Rightarrow x^2-ax+b=x^2-4x+4$ $\Rightarrow a=4 , b=4$ $\Rightarrow a+b=8$ $a=-4$ $a+b=0$ 1/5	۱
$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b} = +\infty \Rightarrow$ چون صورت $\sqrt[3]{4}$ است پس مخرج باید 0^+ شود $\Rightarrow x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2$ $\Rightarrow x^2+ax+b = x^2-2\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{4^2} = x^2-\sqrt[3]{32}+\sqrt[3]{16} \Rightarrow a=-\sqrt[3]{32} , b=\sqrt[3]{16}$ $\left[\frac{b}{a}\right] = \left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-\sqrt[3]{32}}\right] = \left[\sqrt[3]{\frac{16}{-32}}\right] = \left[-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right] = -1$ ۲	۲
۰ حاصل حد به $-\infty$ میل کرده ← مخرج به صفر میل می‌کند. $\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+} = \left\|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right\| = \left\|\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+a\right\|+a=0 \rightarrow \left\|\frac{1}{3}+a\right\|+a=0$ $\rightarrow \begin{cases} a\geq -\frac{1}{3} \rightarrow 2a+\frac{1}{3}=0 \rightarrow a=\frac{-1}{6} \checkmark \\ a<-\frac{1}{3} \rightarrow -a-\frac{1}{3}+a=0 \times \end{cases} \rightarrow [a]=[-\frac{1}{6}]=-1$	۳
$x>-\frac{1}{2} \rightarrow x^2<\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2}>4 \rightarrow -\frac{1}{x^2}<-4 \rightarrow \frac{-2}{x^2}<-8 \rightarrow [-\frac{2}{x^2}]=-9$ $x>-\frac{1}{2} \rightarrow x^2<\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2}>4 \rightarrow \frac{3}{x^2}>12 \Rightarrow [\frac{3}{x^2}]=12$ $\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{16x+9}{24x+12} = \frac{16(-\frac{1}{2}^+)+9}{24(-\frac{1}{2}^+)+12} = \frac{-8^++9}{-12^++12} = \frac{1^-}{0^+} = +\infty$ ۲	۴
۰ $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} = \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-8} \rightarrow$ $\lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{x+2}{x^2+2x+4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	۵

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{6(2+\sqrt[3]{x})}\times\frac{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}=\lim_{x\to -8}\frac{(x+8)(x+2)\times 12}{6(8+x)}$$

$$=\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)\times 12}{6}=2\times -6=-12$$

۲

۶

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos x}\times 2\sqrt{2}}$$

۰٫۵

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{4x}{\sqrt{1-\cos x}\times 2\sqrt{2}}=\frac{0}{2\sqrt{2}}=0$$

در مزدوج مخرج نیز باید ضرب شود

۷

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt{2}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{4x\times\sqrt{2}}{|\sin x|\times 2\sqrt{2}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{4x\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}\sin x}\xrightarrow{\text{فشردگی}}\lim_{x\to 0^-}\underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1}\times\frac{4\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}}=-2$$

---

۵ حد مخرج صفر و حاصل حد عددی حقیقی و غیر صفر ← حد صورت نیز برابر صفر بوده

$$\lim_{x\to 0}K+\cos(\sqrt{a}x)=0\to K+1=0\to K=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\cos(\sqrt{a}x)}{-x^2}\xrightarrow{\text{هم ارزی}}\lim_{x\to 0}\frac{-1+1-\frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{-x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2}=\frac{a}{2}\to\frac{a}{2}=3\to a=6$$

۸

$$\frac{a}{K}=\frac{6}{-1}=-6$$

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}\right)\to$$

۵

$$\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{2(x-3a)}{(\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a})(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3\sqrt{x-3a}\to 0}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0$$

۹

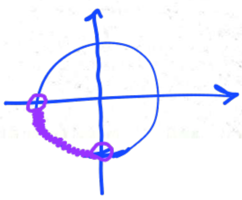
$$\to\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{4}{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

$$\begin{cases}\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-K(-1)}{0^-}=\frac{1+K}{0^-}=-\infty\to 1+K>0\to K>-1 & (\mathrm{I})\\ \lim_{x\to(-1)^-}\frac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1-K(-2)}{0^+}=\frac{1+2K}{0^+}=-\infty\to 1+2K<0\to K<-\frac{1}{2} & (\mathrm{II})\end{cases}$$

۰

۱۰

$$(\mathrm{I})\cap(\mathrm{II})\longrightarrow -1<K<-\frac{1}{2}\to\begin{cases}-\pi<K\pi<-\frac{\pi}{2}\\ -1<\cos K\pi<0\end{cases}$$



ناحیه سوم