آرا آزادیان — تکلیف شماره ۲۰ — دوازدهم ریاضی A

①

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty$$

$x=2 \Rightarrow$ صورت منفی (عدد) $\Rightarrow$ ریشه مخرج بوده و مضاعف نیز بوده

$$x^2+ax+b=(x-2)^2 \Rightarrow x^2+ax+b=x^2-4x+4 \Rightarrow a=-4,\ b=4 \Rightarrow a+b=0$$

②

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty$$

$x=\sqrt[3]{4} \Rightarrow$ صورت عدد $\Rightarrow$ ریشه مخرج بوده
و چون علامت ثابت است پس مضاعف نیز بوده

$$x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2+ax+b = x^2-2\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{16} \Rightarrow a=-2\sqrt[3]{4}=-\sqrt[3]{32},\ b=\sqrt[3]{16}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a}{b}\right]=\left[-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right]=-1$$

③

$$\lim_{x\to\frac{1}{\sqrt3}^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt3}{3}x+a\right|+a}=-\infty \xrightarrow{\text{تکلیف براکت با جایگذاری و قدر مطلق}} \lim_{x\to\frac{1}{\sqrt3}^+}\frac{a-1}{\left|a+\frac{1}{3}^+\right|+a}=-\infty$$

$$\Rightarrow \left|a+\frac{1}{3}^+\right|=-a \Rightarrow ①\ a+\frac13=a \ \times \quad ②\ a+\frac13=-a \Rightarrow 2a=-\frac13 \Rightarrow a=-\frac16$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\frac{1}{\sqrt3}^+}\frac{-\frac16-1}{0^+}=-\infty \Rightarrow [a]=-1$$

④

$$\lim_{x\to-\frac12^+}\frac{16x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} \xrightarrow{\text{تکلیف براکت با جایگذاری}} \lim_{x\to-\frac12^+}\frac{16x+9}{24x-13}=\frac{-8+9}{-12-13}=-\frac{1}{25}$$

⑤

$$\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} \xrightarrow{\text{تکلیف براکت}} \lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

مزدوج — حل و فصل

$$\lim_{x\to2^+}\frac{x+2}{x^2+2x+4}=\frac{4}{12}=\frac13$$

SUBJECT:

Year: Month: Day: Page: ( )

(۶)
$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{\text{hopital}} \lim \frac{2x+10}{6\times\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}} = \frac{-16+10}{24\sqrt[3]{\frac{-1}{64}}} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = 12$$

(۷)
$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \xrightarrow{\text{hopital}} \frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}}+\frac{1}{2\sqrt{2-x}}}{\frac{\sin x}{2\sqrt{1-\cos x}}} = \frac{\frac{3}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sin x}{2\sqrt{1-\cos x}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{4}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sin x}{2\sqrt{1-\cos x}}} = \frac{8\sqrt{1-\cos x}}{2\sqrt{2}\sin x} = \frac{4\sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{2}\sin x}$$

(۸)
$$\lim_{x\to 0}\frac{K+\cos(\sqrt{a}\,x)}{Kx^2} = 3 \xrightarrow[\text{صورت } K+1]{\text{حد فرض}} \frac{0}{0} \text{ بوده} \Rightarrow K+1=0 \Rightarrow K=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\sqrt{a}\,x)-1}{-x^2} = 3 \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2} = \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a=6 \Rightarrow \frac{a}{K} = \frac{6}{-1} = -6$$

(۹)
$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} \quad \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{hopital}} \lim_{x\to 3a^+}\frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}}{\frac{x}{\sqrt{x^2-9a^2}}}$$

$$\lim \frac{\frac{2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a}}{2\sqrt{x}\,(\sqrt{x-3a})}}{\frac{x}{(\sqrt{x-3a})\sqrt{x+3a}}} = \frac{\frac{2\sqrt{3a}}{2\sqrt{3a}}}{\frac{3a}{\sqrt{6a}}} = \frac{\sqrt{6a}}{3a} = \sqrt{\frac{6a}{9a^2}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$

(۱۰)
$$\lim_{x\to -1}\frac{1-K[x]}{x^2-1} = -\infty \xrightarrow{(-1)^+} \frac{1+K}{x^2-1} = \frac{1+K}{0^-} = -\infty \Rightarrow 1+K>0$$

$$\Rightarrow K>-1$$

$$\xrightarrow{(-1)^-} \frac{1+2K}{x^2-1} = \frac{1+2K}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1+2K<0 \Rightarrow K<-\frac{1}{2}$$

$$\Longrightarrow (\underbrace{K}_{x},\ \underbrace{\cos K}_{y}) \to x<0,\ y<0 \Rightarrow$$ ناحیه سوم

Senobar