Subject: ……………… Date: ……………… 20

Mo Tu We Th Fr Sa Su

۲۰ مهر

شقایق بهرامی

1

$$\lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty = \lim_{x\to 2}\left(\frac{-1}{4+2a+b}\right) = -\infty \Rightarrow$$ حاصل مخرج بازای حد چپ و راست ۰ شده است

$\Rightarrow x=2$ ریشه مضاعف مخرج $\Rightarrow x^2+ax+b = 1\times(x-2)^2$ (چون ضریب x^2 یک است) $\Rightarrow x^2+ax+b = x^2-4x+4 = x^2+ax+b$

$\Rightarrow a=-4,\ b=4 \Rightarrow \boxed{a+b=0}$ ✓

2

2

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b}$$

حاصل حد $+\infty$ شده لذا از آنجا که صورت عبارت $= \oplus$ (عدد مثبت) است پس مخرج در همسایگی $x=\sqrt[3]{4}$ به 0^+ میل می‌کند (ریشه مخرج). از طرفی حد چپ و راست برابرند پس در هر دو سمت ریشه مخرج، علامت مخرج یکسان است که نشان می‌دهد ریشه مخرج مضاعف بوده (ودر حول آن تغییر علامت نداشته) پس:

$$x^2+ax+b = 1\times\left(x-\sqrt[3]{4}\right)^2 \qquad \sqrt[3]{16}=2\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow x^2+ax+b = x^2-2\sqrt[3]{4}\,x+2\sqrt[3]{2} \Rightarrow a=-2\sqrt[3]{4},\ b=2\sqrt[3]{2} \Rightarrow \left[\frac{b}{a}\right] = \left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}}\right] = \boxed{-1}$$ ✓

2

3

$$x > \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow -x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow [-x] = -1$$

2

$$\lim_{x\to \frac{1}{\sqrt{3}}}\left(\frac{a-1}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}\right) = -\infty$$

اکنون خود ~~[illegible]~~ بازنویسی می‌کنیم

واضح است صورت یک عدد غیر صفر است (بازای $a=1$ حاصل حد صفر می‌شود) پس مخرج در این حد صفر می‌شود

$\Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ ریشه مخرج $\Rightarrow \left|\underbrace{\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}_{\frac{1}{3}}+a\right|+a=0 \Rightarrow$

- $\frac{1}{3}+a\geq 0$: $\frac{1}{3}+2a=0 \Rightarrow 2a=-\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{6}}$
- $\frac{1}{3}+a<0$: $-\frac{1}{3}-a+a=0 \Rightarrow -\frac{1}{3}=0$ ✗ (ل)

اکنون $a=-\frac{1}{6}$ را تست می‌کنیم که آیا حاصل حد را صحیح می‌کند؟

$$\lim_{x\to \frac{1}{\sqrt{3}}}\left(\frac{-\frac{1}{6}-1}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{1}{6}\right|-\frac{1}{6}}\right) = \lim_{x\to \frac{1}{\sqrt{3}}}\left(\frac{-\frac{7}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{1}{3}}\right) = \frac{-\frac{7}{6}}{0^+} = -\infty$$ ✓

با توجه به همسایگی
$+\ \frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{1}{6}$

پس $a=-\frac{1}{6}$ جواب است و $\boxed{[a]=-1}$ ✓

PINE NOTEBOOK

Subject: Date:

$x > \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 < \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} > 4 \Rightarrow -\frac{2}{x^2} < -8 \Rightarrow \left[-\frac{2}{x^2}\right] = -9$ ۶

$\frac{3}{x^2} > 12 \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 12$ ۴

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} \left(\frac{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x + \left[\frac{3}{x^2}\right]}\right) = \lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} \left(\frac{16x+9}{24x+12}\right) = \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$ (حد وجود ندارد)

$x > 2 \Rightarrow x^3 > 8 \Rightarrow [x^3] = 8 \qquad \lim_{x\to 2^+} \left(\frac{x^2-4}{x^3-8}\right) = \lim_{x\to 2^+} \left(\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}\right) = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$ ۵ ۲

$\lim_{x\to -8} \left(\frac{x^2+10x+16}{12+16\sqrt[3]{x}}\right) \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x\to -8} \left(\frac{2x+10}{6 \times \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}\right) = \lim_{x\to -8} \left(\frac{\overbrace{(2x+10)}^{-6}\overbrace{(\sqrt[3]{x^2})}^{4}}{2}\right) = \boxed{-12}$ ۶ ۲

$= \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{2\sin^2(\frac{x}{2})}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}\right) = \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{\overbrace{2+3x-2+x}^{4x}}{\sqrt{2}\underbrace{|\sin(\frac{x}{2})|}_{-\sin\frac{x}{2}}\underbrace{(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}_{2\sqrt{2}}}\right) = \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{4x}{4(-\frac{x}{2})}\right) = \boxed{-2}$ ۲

از صورت $x=0 \Rightarrow k + \cos(\sqrt{a}\times 0) = 0 \Rightarrow k+1=0 \Rightarrow \boxed{k=-1}$ $\qquad \frac{1-\cos x}{2} = \sin^2(\frac{x}{2})$ ۸

$\lim_{x\to 0} \left(\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2}\right) = \lim_{x\to 0} \left(\frac{\cos(\sqrt{a}x)-1}{-x^2}\right) = \lim_{x\to 0} \left(\frac{1-\cos(\sqrt{a}x)}{x^2}\right) = \lim_{x\to 0} \left(\frac{2\sin^2(\frac{\sqrt{a}x}{2})}{x^2}\right)$ ۲

$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{2\times\left(\frac{\sqrt{a}}{2}x\right)^2}{x^2}\right) = \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{a=6} \Rightarrow \frac{a}{k} = \frac{6}{-1} = \boxed{-6}$

تعیین ضریب ترم دوم

$= \lim_{x\to 3a^+} \left(\frac{2\sqrt{x-3a} + \frac{3(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}}{(\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}\right) = \lim_{x\to 3a^+} \left(\frac{2\sqrt{x-3a} + \frac{3(x-3a)}{\sqrt{x}-\sqrt{3a}}}{(\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}\right) = \lim_{x\to 3a^+} \left(\frac{2\sqrt{x-3a} + \frac{3(\sqrt{x-3a})(\sqrt{x-3a})}{\sqrt{x}-\sqrt{3a}}}{(\sqrt{x-3a})\underbrace{(\sqrt{x+3a})}_{\sqrt{6a}}}\right) = \boxed{\frac{3}{\sqrt{6a}}}$ ۴

ما حاصل ترم دوم را باز کردیم!

$x > -1 \Rightarrow [x] = -1 \ , \ x < -1 \Rightarrow [x] = -2$ ۱۰

$\lim_{x\to -1} \left(\frac{1-k[x]}{x^2-1}\right)$

$\xrightarrow{-1^-} \lim_{x\to -1^-} \left(\frac{1+2k}{(x-1)(x+1)}\right) = \lim_{x\to -1^-} \left(\frac{1+2k}{(-2)(0^-)}\right) = \frac{1+2k}{0^+} = +\infty \Rightarrow 1+2k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{2}$ ۴

$\xrightarrow{-1^+} \lim_{x\to -1^+} \left(\frac{1+k}{(x-1)(x+1)}\right) = \lim_{x\to -1^+} \left(\frac{1+k}{(-2)(0^+)}\right) = \frac{1+k}{0^-} = -\infty \Rightarrow 1+k > 0 \Rightarrow k > -1$

$-1 < k < -\frac{1}{2} \Rightarrow -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{k\pi < 0}$ $\Rightarrow -1 < \cos(k\pi) < 0$ ، $\sin(k\pi) < 0$، $\cos(k\pi) < 0$

نقاط $(k\pi)$، $\cos(k\pi)$ ⇒ در ناحیه سوم هستند

زیرا طول آن روی محور سینوس ها منفی و در ناحیه سوم است