14

نام و نام خانوادگی علیرضا نوروزی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۰ کلاس ۲ A (شنبه)

۱

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \Longrightarrow \lim_{x\to 2}\frac{-1}{x^2+ax+b}=-\infty \longrightarrow$$ پس مخرج باید 0^+ باشد

2

$$\lim_{x\to 2}\frac{-1}{(x-2)^2}=-\infty \longrightarrow (x-2)^2=x^2+ax+b$$

$$a=-4 \quad b=4 \quad a+b=0$$

۲

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \longrightarrow \lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2+ax+b}=+\infty$$ پس مخرج باید 0^+ باشد

2

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{\sqrt[3]{4}}{(x-\sqrt[3]{4})^2}=+\infty \qquad (x-\sqrt[3]{4})^2=x^2+ax+b$$

$$a=-2\sqrt[3]{4} \quad b=2\sqrt[3]{2} \quad \left[\frac{b}{a}\right]=-1$$

۳

$$\lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)^+}\frac{a-1}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a}$$

$$\xrightarrow{|-|} \lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)^+} -3a+3 \longrightarrow \times$$

$$\xrightarrow{|+|} \lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)^+}\frac{a-1}{2a+\frac13}=-\infty \longrightarrow 2a+\frac13=0 \longrightarrow a=\frac{-1}{6}$$

2

خواسته سوال $\longrightarrow [a]=\left[\frac{-1}{6}\right]=-1$

۴

$$\lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^+}\frac{16x-\left[\frac{-2}{\left(\frac14\right)^-}\right]}{24x+\left[\frac{3}{\left(\frac14\right)^-}\right]}=\lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^+}\frac{-8+9}{12^-+12}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$\begin{cases}\frac{-1}{2}=\frac{-5}{10}\xrightarrow{\text{توان ۲}}\frac{25}{100}\\ \left(\frac{-1}{2}\right)^+=\frac{-4}{10}\xrightarrow{\text{توان ۲}}\frac{16}{100}\end{cases}$$

2

۵

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{(x+2)(x-2)}{x^3-[x^3]}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x+2)(x-2)}{x^3-8}=$$

$$[8/\dots]=8$$

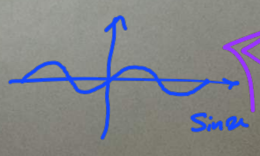
2

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x+2)}{(x^2+2x+4)}=\frac{4}{12}=\frac13$$

سوال ۷

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} \longrightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt2}=$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{4x\times\sqrt2}{|\sin x|\times 2\sqrt2}=\lim_{x\to 0^-}\frac{4x\times\sqrt2}{-2\sqrt2\sin x}\xrightarrow{\text{فشردگی}}\lim_{x\to 0^-}\underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1}\times\frac{4\sqrt2}{-2\sqrt2}=-2$$



$$\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)(x+8)}{6(\sqrt[3]{x}+2)}\times\frac{\text{قبل مخرج}}{\text{قبل مخرج}} \Longrightarrow \lim_{x\to -8}\frac{(x+2)\cancel{(x+8)}(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{6\cancel{(x+8)}} =$$

$$\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{6} = \frac{(-6)(4+4+4)}{(6)} = -12$$ ۶

۲

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}} \Longrightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{2\sqrt{2}(\sqrt{1-\cos x})} =$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{4x}{2\sqrt{2}(1-\cos x)^{\frac{1}{2}}} = \lim_{x\to 0^-}\frac{4x}{2\sqrt{2}(1-\frac{\cos x}{2})} = \frac{4x}{\sqrt{2}} = 0$$ ۷

هم‌ارزی برنولی

۱

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = 3 \Longrightarrow \lim_{x\to 0}\frac{k+1-\frac{ax^2}{2}}{kx^2} = 3$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2k+2-ax^2}{2kx^2} = 3 \xrightarrow{\text{قاعده برنولی}} \lim_{x\to 0}\frac{-a\cancel{x^2}}{2k\cancel{x^2}} = 3 \rightarrow \frac{a}{k} = -6$$ ۸

۲

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x\to 3a^+}\frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-9a^2}}} =$$ ۹

۲

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{\frac{2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a}}{\cancel{(\sqrt{x-3a})}(2\sqrt{x})}}{\frac{x}{\cancel{(\sqrt{x-3a})}(\sqrt{x+3a})}} = \lim_{x\to 3a^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}{x\,2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{6a}}{3a}$$

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{2k+1}{x^2-1} = -\infty \Longrightarrow \lim_{x\to -1^-}\frac{2k+1}{0^+} = -\infty \Longrightarrow 2k+1<0 \quad \text{(I)}$$

$$\lim_{x\to -1^+}\frac{k+1}{x^2-1} = -\infty \Longrightarrow \lim_{x\to -1^+}\frac{k+1}{0^-} = -\infty \Longrightarrow k+1>0 \quad \text{(II)}$$ ۱۰

۲

$$\text{(I)}\cap\text{(II)} \longrightarrow -1<k<\frac{-1}{2} \longrightarrow \left(\frac{-2}{3}\pi\,,\ \cos\left(\frac{-2}{3}\pi\right)\right)$$

مثلاً $k=\frac{-2}{3}$

ناحیه سوم