14

نام خانوادگی ......[handwritten name]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۱.. کلاس ..دوازدهم تجربی A........

$\Delta = 0 \to (m+3)^2 - 12m = 0 \to (m-3)^2 = 0 \to m=3 \quad , \quad x = a = \frac{-(m+3)}{2(4)} \xrightarrow{m=3} x = a = -\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{4(x+\frac{1}{2})^2}}{|2x^3+\frac{1}{4}|} = \lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{4}\,|x+\frac{1}{2}|}{2|x^3+\frac{1}{8}|} = \lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{4}\,|x+\frac{1}{2}|}{2|x+\frac{1}{2}||x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}|} = \frac{\sqrt{4}}{\frac{3}{2}}$

$= \frac{2\sqrt{4}}{3} \to f(-\frac{1}{2}) = \frac{2\tan b}{\sqrt{-1(-\frac{1}{2})}} = \frac{2\sqrt{4}}{3} \to \tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \to b = \frac{\pi}{4}$ ✓ ②

$x^2 + ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + a + b = 0$

$5x^2 - ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} 5 - a + b = 0 \Rightarrow b = -3,\ a = 2$

در $x=1$ تابع در مخرج ناپیوسته است پس $x=1$ ریشه صورت نیز هست

$\left[\frac{b-2a}{3}\right] = \left[\frac{-3-4}{3}\right] = -3$ ✓ ②

$x=1 \begin{cases} f(1) = \tan\frac{3\pi}{4} = -1 \\ \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{(x+2)(x-1)}{a(1-x)} = \frac{-3}{a} \end{cases} \Rightarrow \frac{-3}{a} = -1 \to a = 3$

در $[1,5]$ پیوسته است پس در $x=1$ پیوستگی راست و در $x=5$ پیوستگی چپ دارد ②

$x=5 \begin{cases} f(5) = b(5-[-5]) = 10b \\ \lim_{x\to 5^-} f(x) = \lim_{x\to 5^-} \frac{|x^2+x-2|}{3(1-x)} = \frac{28}{-12} = \frac{-7}{3} \end{cases} \Rightarrow 10b = \frac{-7}{3} \to b = \frac{-7}{30}$

$\Rightarrow ab = \frac{-7}{10}$ ✓

$f(x) = a[x+1] + b[x+[a+1]] = a([x]+1) + b([x]+[a]+1)$

f پیوسته است بنابراین ضریب $[x]$ صفر است $\to (a+b)[x] + (a+b+b[a])$ ②

$\to a+b=0 \to b=-a \to f(x) = -a[a] \to \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{-a[a]} = -1$ ✓

تابع $f(x)$ زمانی در $\mathbb{R}$ پیوسته است که شامل جزء صحیح نباشد بنابراین $b=0 \to f(x) = -2a$

$\to \frac{a}{f(b)} = \frac{a}{f(0)} = \frac{a}{-2a} = \frac{-1}{2}$ ✓ ②

سوال ۱۵

$m=4 \to \frac{|x^2+4x-5|}{4|x-1||x+1|+|x-1|} = \frac{|x-1||x+5|}{|x-1|(4|x+1|+1)} \to \lim_{x\to\frac{1}{4}} \frac{x+\frac{1}{4}}{4\times\frac{5}{4}+1} = \frac{\frac{21}{4}}{6} = \frac{7}{8}$

$m=-1 \to \frac{|x^2-x|}{-|x-1||x+1|+|x-1|} = \frac{|x||x-1|}{|x-1|(-|x+1|+1)}$ ✗

$f(2a)=0 \Leftarrow x=2a$ ریشه صورت است و $x=a$ ریشه مخرج است

$f(x)=\frac{(x-a)(x-2a)}{-(x-a)} = -(x-2a) \to f(x)=\begin{cases}-(x-2a) & x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}$ (۲)

$f(a)=-(a-2a)=a=2 \qquad f(x)=\frac{(x-a)(x-2a)}{-(x-a)}=\frac{(x-2)(x-4)}{-(x-2)}=\frac{x^2-6x+8}{-(x-2)}$

$=\frac{x^2+mx+n}{-(x-2)} \Rightarrow m=-6,\ n=8 \Rightarrow n-m=8-(-6)=14$ ✓

$\overset{n\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} (1-a)n+(3a^2-1)(-n)=b\sin(\frac{\pi}{a}) \Rightarrow n(2-a-3a^2)=b\sin(\frac{\pi}{a})$ (۱٫۵)

$\overset{n\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} 2-a-3a^2=0 \Rightarrow a=\frac{2}{3},\ a=-1$

$a=\frac{2}{3} \to b\sin(\frac{\pi}{\frac{2}{3}})=-b \to -b=-\frac{1}{3} \to b=\frac{1}{3}$

$a=\frac{2}{3} \to \sin(\frac{3\pi}{2})=-1 \Rightarrow b=0 \qquad \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{0}=$ تن $\qquad \frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$

$a=-1 \Rightarrow \sin(-\pi)=0 \Rightarrow b\in\mathbb{R}$

$\lim_{x\to1} f(x)=f(1)=\frac{m}{m+2} \qquad x=1 \overset{\text{صورت}}{\to} |x^2+mx-m-1| = |x-1|(|x+m+1|)$ (۱٫۵)

$\underset{\text{مخرج}}{\to} m|x^2-1|+|x-1| = |x-1|(m|x+1|+1)$

(بازای همه)

$\Rightarrow f(x)=\frac{|x-1||m+2|}{|x-1|(2m+1)} = \frac{|m+2|}{2m+1}$ شرط پیوستگی: $\frac{|m+2|}{2m+1}=\frac{m}{m+2} \to m=4,\ m=-1$

$\to \lim_{x\to-1} f(x)=\frac{m+2}{2m+1}=\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) \overset{m=-1}{\underset{m=4}{}} \frac{1}{-1}=-1$ یا $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$\sqrt{3}|a^2+a|=0 \Rightarrow a=-1,\ a=0$: $x=a$ ریشه صورت و مخرج کسر است

$f(x)=\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+(m-2)x+1|} \qquad x=-1 \to |(-1)^3-(m-2)+1|=0 \Rightarrow m=2$ (۲)

$f(x)=\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|} \qquad \lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|}=\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|}=\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓

$\lim_{x\to0^+}\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\lim_{x\to0^+}\frac{2x+1}{2x+a}=\frac{1}{a}$

$\lim_{x\to0^-}\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}=\lim_{x\to0^-}\frac{2x-1}{2x-a}=\frac{1}{a}$ (۲)

$f(0)=\frac{2a-1}{2a+2}=\frac{1}{a} \Rightarrow 2a^2-a=2a+2 \Rightarrow 2a^2-3a-2=0 \Rightarrow a=2,\ -\frac{1}{2}$ پیوسته نیست

$a=2 \Rightarrow \lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}=\frac{3}{5}$ ✓