مسیح شهبازی

۱۴,۵

۱-

a- تنها ریشه زیر رادیکال و باید مخرج را هم صفر کند

$\Delta=0 \to (m+3)^2-4\left(\frac{m}{2}\right)\times 6=0 \to m^2+6m+9-12m=0 \to m^2-6m+9=0 \to m=3$

$\lim\limits_{x\to a}\frac{\sqrt{6x^2+6x+\frac{3}{2}}}{|2x^3+a^2|}=\frac{\sqrt{6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)}}{|2x^3+a^2|}=\frac{\sqrt{6}\,\left|x+\frac{1}{2}\right|}{|2x^3+a^2|}$

$2a^3+a^2=0 \to a^2(2a+1)=0 \to \begin{cases} a=0 \to \frac{\text{عدد}}{0} \ \times \\ a=-\frac{1}{2} \to \frac{\sqrt{6}\left|x+\frac{1}{2}\right|}{\left|2x^3+\frac{1}{4}\right|}=\frac{0}{0} \ \checkmark \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{6}\left|x+\frac{1}{2}\right|}{2\left|x^3+\frac{1}{8}\right|}=\frac{\sqrt{6}\left|x+\frac{1}{2}\right|}{2\left|x+\frac{1}{2}\right|\left|x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right|}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\frac{2\tan b}{\sqrt{-\left(-\frac{1}{2}\right)}}=\frac{2\sqrt{6}}{3} \to \tan b=\frac{\sqrt{3}}{3} \to b=\frac{\pi}{6}$

۹

۲-

$5x^2-ax+b=0 \qquad 5-a+b=0$

$b-a=-5 \qquad b=-3$

$b+a=-1 \qquad a=2$

$\left[\frac{-3-\cancel{2(2)}^{-4}}{3}\right]=\left[-\frac{7}{3}\right]=-3$

۲

$f'(x)=$

$f(1) \quad \lim\limits_{x\to 1} f(x) \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+ax+b}{x-1}=\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{ریشه مخرج}} x^2+ax+b=0 \quad 1+a+b=0 \quad a+b=-1$

۳-

$f(x)=\begin{cases} \tan\frac{(2x+1)\pi}{4} & ; x<1 \\ \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & ; 1\le x<5 \\ b(x-[-x]) & ; x\geq 5 \end{cases}$

پیوسته $[1,5]$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1) \quad , \quad \lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=f(5)$

$\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}=\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{\cancel{(x-1)}(x+2)}{-a\cancel{(x-1)}}=\frac{3}{-a}$

$f(1)=\tan\frac{3\pi}{4}=-1 \qquad \frac{3}{-a}=-1 \qquad \boxed{a=3}$

۲

$\lim\limits_{x\to 5}\frac{|x^2+x-2|}{3(1-x)}=\frac{28}{3\times -4}=-\frac{7}{3}$

$\boxed{ab=3\times -\frac{7}{30}=-\frac{7}{10}}$

$f(5)=b(5-[-5])=10b=-\frac{7}{3} \qquad \boxed{b=-\frac{7}{30}}$

$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]] \longrightarrow a[x+1]+b[x]+b[a+1]$ $\qquad \frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{b[a]}=\frac{a}{b}=\frac{-b}{b}=-1$

$a[a+1]+b[a]+b[a+1]=a(a+1)+b(a)+ba+b=a^2+2ab+a+b \xrightarrow{a=-b} a^2+2a(-a)\cancel{+a}-a$

$a^2-2a^2=-a$

$\lim_{x\to a^-} f(x)=\lim a[a^-+1]+b[a^-]+b[a+1]=a(a)+b(a-1)+b(a+1)$ ۱٫۷۵

$[a^-]=a-1$ $\qquad a^2+ba-b+ba+b=a^2+2ba$

$a^2+2ba+a+b=a^2+2ba \Longrightarrow a=-b$ $\qquad \frac{\cancel{b}[a]}{-\cancel{b}}=-[a]=-a$

$f(x)=b[x^2-ax]-2a$ $\qquad D_f=\mathbb{R}$ ۲ -۵

$f(x)=-2a$ زمانی ممکن است $\boxed{b=0}$ تا نتیجه

$\frac{a}{f(b)} \Rightarrow \frac{a}{-2a}=\frac{1}{-2}$

-۶

$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+mx+n}{a-x} & ; x\neq a\\ 2 & ; x=a\end{cases}$ $\qquad f(2a)=0$ ۱٫۷۵

$\lim_{x\to a}\frac{x^2+mx+n}{a-x}=2 \Longrightarrow \lim_{x\to a}\frac{x^2-3ax+2a^2}{a-x}=2$

$x^2+mx+n \longrightarrow (a-x)(2a-x)=x^2-3ax+2a^2$ $\quad \Big| \lim_{x\to a}\frac{x^2-3ax+2a^2}{a-x}=\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{\cancel{(a-x)}(2a-x)}{\cancel{a-x}}=2a-x$

$\lim_{x\to a} 2a-x=2 \qquad 2a-a=2 \qquad \boxed{a=2}$

$m+n \Rightarrow -3a+2a^2 \rightarrow -3(2)+2(2)^2 = -6+n=2$

$n-m=8-(-6)=14$

-۷ ۱,۵

$$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin Z \\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x\in Z\end{cases}$$

$3a^2-1=1-a \quad 3a^2+a-2=0 \quad (a+1)(a-\frac{2}{3})=0 \to -1 \;;\; \to \frac{2}{3}$

$a=\frac{2}{3}\to b\sin\left(\frac{\pi}{\frac{2}{3}}\right)=-b\to -b=-\frac{1}{3}\to b=\frac{1}{3}$

$b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)=-1 \quad \sin(-\pi)=0$ نمی‌شود

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-1 \quad \frac{a}{b}=\frac{2/3}{1}=\frac{2}{3}$

$-b=-1 \quad b=1 \quad a=\frac{2}{3}$

$\frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$

-۸ ۱,۵

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & ; x\neq 1 \\ \dfrac{m}{m+2} & ; x=1\end{cases}$$

$\lim_{x\to 1}\frac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} \to \frac{\cancel{(x-1)}(x+1+m)}{\cancel{(x-1)}(m(x+1)+1)}=\frac{2+m}{2m+1}$

$\to \frac{-\cancel{(x-1)}((x+1)+m)}{\cancel{(x-1)}(-m(x+1)-1)}=\frac{-(2+m)}{-(2m+1)}$

$\frac{m}{m+2}=\frac{2+m}{2m+1} \quad 2m^2+m=m^2+4m+4$

$m^2-3m-4=0 \quad (m-4)(m+1)=0 \to m=-1$ غ ق ق $\;;\; \to m=4$

$m=4\to \frac{|x^2+4x-5|}{4|x-1||x+1|+|x-1|}=\frac{|x-1||x+5|}{|x-1|(4|x+1|+1)}\to$

$\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{x+\frac{1}{4}}{4\times\frac{x}{4}+1}=\frac{\frac{21}{4}}{9}=\frac{7}{12}$

$\lim_{x\to -1}\frac{|x^2-x|}{-|x^2-1|+|x-1|}=\frac{2}{2}=1$

$f(x)=\frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$

$R-\{a\} \quad x=a\to$ ریشه‌ی صورت مخرج

$a^2+a=0\to a(a+1)=0\to \begin{cases}a=0 \;✗\\ a=-1 \;✓\end{cases}$

$a^3+a(m-2)+a^2=0\xrightarrow{a=-1}-1-m+2+1=0\to m=2$

$x^3+(m-2)x+a^2=0 \quad \{\text{if } a\neq 0 \to a^3+(m-2)a+a^2=0 \quad m=-a^2-a+2$

۰

$x^3+(-a^2-a)x+a^2=x^3-a^2x-ax+a^2=(x-a)(x^2+ax-a)$

$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{3}|a(a+1)|}{|(x-a)(x^2+ax-a)|}=\frac{\sqrt{3}|a^2+a|}{0}=+\infty$

$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{3}|-x-1|}{|x^3+1|}=\frac{\sqrt{3}|-(x+1)|}{|(x+1)(x^2-x+1)|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$f=\begin{cases}\dfrac{x^{۲}+|x|}{x^{۲}+a|x|} & x\neq ۰\\[2ex] \dfrac{۲a-۱}{۲a+۲} & x=۰\end{cases}$$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{x^{۲}+|x|}{x^{۲}+a|x|}=f(۰)\Rightarrow \lim_{x\to ۰}\frac{۲x+۱}{۲x+a}=\frac{۱}{a}$$

$$\frac{۱}{a}=\frac{۲a-۱}{۲a+۲}\Rightarrow ۲a^{۲}-a=۲a+۲$$

$$۲a^{۲}-۳a+۲=۰\quad (a-۲)(a+\tfrac{۱}{۲})=۰\ \begin{cases}\to ۲ & \text{ق ق}\\ \to -\tfrac{۱}{۲} & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

۲

$$\lim_{x\to \frac{۱}{۲}}f(x)=\frac{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}+۲(\cancel{\tfrac{۱}{۲}})}=\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۵}{۴}}=\frac{۳}{۵}$$

$$\lim_{x\to -۲}f(x)=\frac{۴+۲}{۴-\cancel{|-۲|}}=\frac{۶}{۳}=\cancel{۲}$$

غلط