میررضا براتی   کلاس ۱۲ سه A   تکلیف شماره ۲۱

$\lim_{x\to a} f(x) = f(a) \overset{\text{پیوستگی}}{\Rightarrow} |۲a^۳ + ma^۲ - ۳a^۲ + a^۲| = ۰ \Rightarrow ۲a^۳ + ma^۲ - ۲a^۲ = ۰ \Rightarrow a^۲(۲a + m - ۲) = ۰$

$\Rightarrow ۲a + m - ۲ = ۰ \Rightarrow m = ۲ - ۲a \Rightarrow ۶a^۲ + (m+۳)a + \frac{m}{۲} = ۰$ ‏-۱

$\Rightarrow ۶a^۲ + (۲ - ۲a + ۳)a + \frac{۲-۲a}{۲} = ۰ \Rightarrow ۶a^۲ + ۵a - ۲a^۲ + ۱ - a = ۴a^۲ + ۴a + ۱ = ۰$

$(۲a+۱)^۲ = ۰ \Rightarrow ۲a = -۱ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow m = ۳$

ب $\Rightarrow \sqrt{۶x^۲ + ۶x + \frac{۳}{۲}} = \sqrt{\frac{۳}{۲}(۴x^۲ + ۴x + ۱)} = \sqrt{\frac{۳}{۲}}\,|۲x+۱|$

ج $\Rightarrow |۲x^۳ + \frac{۱}{۴}| = |\frac{۱}{۴}(۸x^۳ + ۱)| = |\frac{۱}{۴}(۲x+۱)(۴x^۲ + ۱ - ۲x)|$

$\Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{\sqrt{۱٫۵}\,\cancel{|۲x+۱|}}{\frac{۱}{۴}\cancel{|۲x+۱|}\,|۴x^۲+۱-۲x|} = \frac{\sqrt{۱٫۵}}{\frac{۱}{۴}(\frac{۴}{۴} + ۱ + ۱)} = \frac{\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{\frac{\sqrt{۶}}{۲}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$

$\frac{۲\tan b}{\sqrt{\frac{۱}{۲}}} = ۶\sqrt{۲}\tan b = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳} = \tan b = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow b = \frac{\pi}{۶}$

$\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲ + ax + b}{x - ۱} \overset{\frac{۰}{۰}}{\Rightarrow} x^۲ + ax + b = ۰ \quad ۵x^۲ - ax + b = ۰ \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b - a = -۵ \\ b + a = -۱ \end{array}\right\} b = -۳ \Rightarrow a = ۲$ ‏-۲

$\Rightarrow \left[\frac{-۷}{۳}\right] = -۳$

$\tan\frac{۳\pi}{۴} = -۱ \Rightarrow \lim_{x\to ۱^+} \frac{(x+۲)(x-۱)}{a(۱-x)} = -\frac{۳}{a} = -۱ = a = ۳$ ‏-۳

$\lim_{x\to ۵^-} \frac{|x^۲ + x - ۲|}{۳(۱-x)} = -\frac{۷}{۳} \Rightarrow f(۵) = b(\frac{x}{۵} + ۵) = -\frac{۷}{۳} \Rightarrow b = -\frac{۷}{۳۰}$

$\Rightarrow ab = -\frac{۷}{۱۰} = -۰٫۷$

$a[x] + a + b[x] + b[a] + b \Rightarrow b = -a \Rightarrow a + -a[a] - a \Rightarrow f(x) = -a[a]$ ‏-۴

$\Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)} = -۱$

$b = ۰ \Rightarrow f(x) = -۲a \Rightarrow \frac{a}{-۲a} = -\frac{۱}{۲}$ ‏-۵

$a^۲ + am + n = ۰ \ , \ \frac{۴a^۲ + ۲am + n}{-a} = ۰ \Rightarrow a^۲ + am + n = ۴a^۲ + ۲am + n$ ‏-۶

$\Rightarrow ۳a^۲ + am = ۰ \Rightarrow a(۳a + m) = ۰ \begin{cases} a \neq ۰ \\ m = -۳a \end{cases} \Rightarrow a^۲ - ۳a^۲ + n = ۰$

$\Rightarrow n = ۲a^۲ ,$

$\lim_{x\to a} \frac{x^۲ - ۳ax + ۲a^۲}{a - x} = ۲ \Rightarrow \frac{\cancel{(x-a)}(x - ۲a)}{\cancel{a-x}} = ۲ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow n = ۸ \Rightarrow m = -۶$

$n - m = ۱۴$

7-

$[-x] = -1 - [x] \Rightarrow f(x) = (1-a)[x] + (3a^2-1)(\cancel{[-x]})$ $= -1-[x]$

$\Rightarrow f(x) = (1-a)[x] - (3a^2-1) - (3a^2-1)[x]$

$\Rightarrow f(x) = ((1-a) - (3a^2-1))[x] - (3a^2-1) \Rightarrow f(x) = (2-a-3a^2)[x] - 3a^2 - 1$

فرض مسئله

$\Rightarrow 2 - a - 3a^2 = 0 \Rightarrow a = -1 , \frac{2}{3} \Rightarrow 1 - 3a^2 = f(x)$

$\Rightarrow 1 - 3a^2 = b\sin(\frac{\pi}{a}) \Rightarrow a \neq -1 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} = -b \Rightarrow b = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$

8-

$\lim_{x \to 1} \frac{|(x+m+1)\cancel{(x-1)}|}{\cancel{(x-1)}(m(x+1)+1)} \Rightarrow \frac{2+m}{|2m+1|} = \frac{m}{m+2} \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow m = 4 , m = -1$

if $m = -1 \Rightarrow 1 = -1$ ✗ $\Rightarrow m = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{|x+m+1|}{m|x+1|+1} \Rightarrow f(\frac{1}{4}) = \frac{|\frac{1}{4}+5|}{6}$

$\Rightarrow \frac{\frac{21}{4}}{6} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

9-

$\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|} \xrightarrow{\frac{0}{0}} \sqrt{3}\,|a(a)+a| = 0 \Rightarrow (a^2+a) = 0$

$a = 0$ ✗ , $a = -1$ ✓ $\Rightarrow (-1)^3 (m-2)(-1) + (-1)^2 = 0 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

$\Rightarrow \lim_{x \to -1} \frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}\,\cancel{|x+1|}}{\cancel{|x+1|} \times |x^2-x+1|} \stackrel{0}{=} \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{|1+1+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$x = 0$

$+ : \frac{x^2+x}{x^2+ax} = \frac{x+1}{x+a} = \frac{1}{a}$

$- : \frac{x^2-x}{x^2-ax} = \frac{x-1}{x-a} = \frac{1}{a}$

$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2} \Rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ✗ , 2 ✓ $\Rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}$

↓

مخالف

شرایط