۱۷/۱۵

نام و نام خانوادگی ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ ... کلاس A (شبها)

a ← تنها ریشه‌ی x=۰ را دارد ، باید مخرج را هم صفر کند

$\Delta=0 \to (m+2)^2-4\left(\frac{m}{4}\right)\times 4=0 \to m^2+4m+9-12=0 \to m^2-4m+9=0 \to m=2$

$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{2x^2+4x+\frac{1}{2}}}{|2x^2+a^2|}=\frac{\sqrt{4(x^2+x+\frac{1}{4})}}{|2x^2+a^2|}=\frac{\sqrt{4}\,|x+\frac{1}{2}|}{|2x^2+a^2|}$

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{4}\,|x+\frac{1}{2}|}{2|x^2+\frac{1}{2}|}=\frac{\sqrt{4}\,|x+\frac{1}{2}|}{2|x+\frac{1}{2}||x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}|}=\frac{2\sqrt{4}}{3}$

$2a^2+a^2=0 \to a^2(2a+1)=0 \to \begin{cases} a=0 \to \frac{0}{0} \times \\ a=-\frac{1}{2} \to \frac{\sqrt{4}\,|x+\frac{1}{2}|}{|2x^2+\frac{1}{2}|}=\frac{0}{0} \checkmark \end{cases}$

$\frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}}=\frac{2\sqrt{4}}{3} \to \tan b=\frac{\sqrt{3}}{3} \to b=\frac{\pi}{6}$

۵

یکی از ریشه‌های معادله $ax^2-ax+b=0$ برابر ۱ است. چون تابع $f(x)=\frac{x}{x}$ در $x=1$ حذف‌شدنی است ولی پیوسته نیست ۲

$ax^2-ax+b=0 \to a+b-a=0$ (I)

$f(1)=\frac{1+a+b}{0}=\frac{0}{0} \to a+b=-1$ (II)

از طرفی برای اینکه تابع $f(x)$ در $x=1$ حذف‌شدنی باشد باید کسر ۲ نیز با ۰ صفر شود:

(I) و (II) $\to a=2,\ b=-3$ ← خواسته سوال

$[1,5]$ دامنه $\Rightarrow f(1)=\lim_{x\to 1^+}f(x) \Rightarrow \tan\frac{3\pi}{4}=\lim_{x\to 1^+}\frac{|x^2+x-21|}{-a(x-1)}$ ۲

$-1=\frac{(x-1)(x+4)}{-a(x-1)} \Rightarrow \frac{x+4}{a}=1 \xrightarrow{x=1} a=3$

$f(5)=\lim_{x\to 5^-}f(x) \Rightarrow 10b=\frac{x+4}{-a} \xrightarrow{x=5} b=\frac{-1}{10}$

$ab=\frac{-7}{10}$ ۲

$f(x)=a[x]+a+b[x]+b[a+1]=(a+b)[x]+a+b[a+1]$

$\lim_{x\to k^+}f(x)=\lim_{x\to k^-}f(x) \Rightarrow (a+b)k+a+b[a+1]=(a+b)(k-1)+a+b[a+1]$

$a+b=0 \to a=-b$ ۲

$f(x)$ پیوسته $\to a-a[a+1]=a-a[a]-a \to f(x)=-a[a]$

خواسته سوال $=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$

$f(x)=b[x]+b[x-a]-2a=2b[x]-ab-2a$

$\lim_{x\to k^+}f(x)=\lim_{x\to k^-}f(x) \Rightarrow 2b(k)-ab-2a=2b(k-1)-ab-2a$

$\hookrightarrow 2b=0 \to b=0$ ۲

$f(x)$ پیوسته $\to f(x)=-2a$

خواسته سوال $\to \frac{a}{-2a}=\frac{-1}{2}$

پیوستگی $\Rightarrow f(a)=\lim_{x\to a} f(x) \Rightarrow \frac{a^2+am+n}{0}=1 \Rightarrow n=-a^2-am$

HOP $\Rightarrow \frac{2x+m}{-1}=1 \xrightarrow{x=a} m=-2a-2$

$f(2a)=0 \Rightarrow \frac{4a^2+2am+n}{-a}=0 \Rightarrow 4a^2+2am+n=0 \Rightarrow m=-3a$ (۲)

$m=\frac{-3a}{m=-2a-2} \Rightarrow a=2 \to m=-6 \to n=8$

خواسته سوال $=n-m=8-(-6)=14$ (۴)

$f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^-} f(x) \Rightarrow b\sin(\frac{\pi}{a})=\underbrace{3-6a^2-a=1-3a^2}$

$a=\frac{2}{3}, a=-1 \leftarrow 3a^2+a-2=0$ (۲)

$a=\frac{2}{3} \to b\sin(\frac{3\pi}{2})=1-\frac{4}{3} \to b=\frac{1}{3}$

خواسته سوال $=\frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$ (۲)

$f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow \frac{m}{m+2}=\frac{x^2+mx-(m+1)}{m(x^2-1)+(x-1)} \to a+b+c=0 \to x=1$ یا $x=-(m+1)$

$\frac{m}{m+2}=\frac{(x-1)(x+m+1)}{(x-1)(m(x+1)+1)} \xrightarrow{x=1} \frac{m}{m+2}=\frac{m+2}{2m+1} \to m^2-3m-4=0$ (۱۵)

$m=-1$ $m=4$

$\lim_{x\to -1} f(x)=\frac{x+1-1}{-x-1+1}=-1$ $\lim_{x\to \frac{1}{5}} f(x)=\frac{x+5}{5x+4}=\frac{21}{29}$ غلط $\to \lim=\frac{5}{8}$

$f(x)=\frac{\sqrt{3}|a(x+1)|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ بستگی آزمون $\to \sqrt{3}|a(x+1)|=0$

$x=-1$

چون a در ضابطه $f(x)$ وجود دارد پس تابع در $x=-1$ ناپیوسته است پس $a=-1$ است.

چون a در ضابطه نیست پس $x=-1$ در دامنه تابع است $\to (-1)^2+(m-2)(-1)+(-1)^2=0 \to m=2$

خواسته سوال $\Rightarrow \lim_{x\to -1} f(x)=\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1|(x^2-x+1)}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$f(0)=\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} \Rightarrow \frac{2a-1}{2a+2}=\frac{x+1}{x+a} \xrightarrow{x=0} 2a^2-3a-2=0$

$a=2$ $a=-\frac{1}{2}$ (۲)

$a=4 \to \lim_{x\to \frac{1}{2}} f(x)=\frac{x+1}{x+2}=\frac{3}{5}$

$a=\frac{1}{2} \to \lim_{x\to -2} f(x)=\frac{x+1}{x-\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$ غلط

$m=4 \to \frac{|x^2+4x-5|}{4|x-1||x+1|+|x-1|}=\frac{|x-1||x+5|}{|x-1|(4|x+1|+1)} \to \lim_{x\to \frac{1}{4}} \frac{5+\frac{1}{4}}{4\times\frac{5}{4}+1}=\frac{\frac{21}{4}}{6}=\frac{5}{8}$