۱۵/۲۵

نام و نام خانوادگی آرش سلطانی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲ کلاس دوازدهم تجربی پسر A

۱

$f_+(1)=f(1)=f_-(1) \longrightarrow \boxed{a+1=b} \longrightarrow a=\frac{1}{2}$

$f'(x)=\begin{cases} \frac{2x}{2\sqrt{x}}=\sqrt{x} & x<1 \to f'_-(1)=1 \\ \frac{2x}{3\sqrt[3]{x}}\times b & x\geq 1 \to f'_+(1)=\frac{2}{3}b \end{cases}$

$f'_-(1)=f'_+(1) \to 1=\frac{2}{3}b$

$b=\frac{3}{2}$

$a+b=2$

۱/۵

۲

با توجه به $x=1$ ، قدر مطلق را منفی برمی‌داریم:

$f(x)=\frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}}\ ,\ g(x)=\frac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

۱

$\to f'(x)=\frac{-2\sqrt[3]{x^2}-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x}}(4-2x)}{\sqrt[3]{x^4}} \longrightarrow f'(1)=-\frac{10}{3}$ ✓

$\to g'(x)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})\sqrt[3]{x^2}-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x}}(2-x+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^4}} \longrightarrow g'(1)=-\frac{13}{6}$

$f'(1)-2g'(1) = -\frac{10}{3}+\frac{13}{3}=1$

جواب پایین صفحه

۳

$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases} \to f'(x)=\begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x\geq a \end{cases} \longrightarrow m\in[1,\infty)$

۱

نقطه گوشه $\to f'_-(a)\neq f'_+(a)$

$m=0 \to f'_-(a)=f'_+(a)$ × غلط

$m\geq 2 \to \begin{cases} f'_-(a)=0 \\ f'_+(a)=0 \end{cases} \to f'_-(a)=f'_+(a)$ غلط

$m=1 \to \begin{cases} f'_-(a)=0 \\ f'_+(a)=1 \end{cases} \to f'_-(a)\neq f'_+(a)$

یک مقدار صحیح m

سوال ۴

۴

$g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))=(fog)'(-\sqrt[3]{2})$

۲

$x=-\sqrt[3]{2} \to g(x)=\frac{1}{2x^3} \to f(g(x))=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}=x \to (fog)'(x)=1$

$(fog)'(-\sqrt[3]{2})=1$ ✓

سوال ۵

۵

$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a \end{cases} \to f'(x)=\begin{cases} b & x<a \\ -\frac{1}{x^2} & x\geq a \end{cases} \to b=-\frac{1}{a^2}$

$\boxed{a^2b=-1}$

۲

$ab+c=\frac{1}{a} \to a^2b+ac=1 \to ac=2$ ✓

سوال ۳

$\rightarrow f'(3) = -a \qquad f(3) = -3a-5 \Rightarrow f'(3)-f(3) = -a+3a+5 = 2a+5 = 2 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$ 6

$$\frac{f'(3)}{f(3)} = \frac{-a}{-3a-5} = \frac{a}{3a+5} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = -3$$

$$\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-3a-5}{-a} = \frac{-3(-\frac{3}{2})-5}{\frac{3}{2}} = \frac{-1}{3}$$

1,5

$(fog)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$ 0,5

$-\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}(2x)$

$fog'(\frac{3}{\sqrt{8}}) = g'(\frac{3}{\sqrt{8}}) \cdot f'(2) =$ 7

(جواب کامل پایین صفحه)

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \rightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4)$

$T=5$

$f'(-1) = f'(4)$

$g'(-2) = 4f'(-1) = 6$ 8

2

$$\rightarrow \lim_{h\to 0} \frac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} \xrightarrow{f(5)=2} -\frac{f'(5)\cdot(f(5-h)-1)}{(5-h)} = \frac{f'(5)}{5}$$ 9

$-f'(5)$

$$= \frac{\frac{25}{12}}{-5} = \frac{-5}{12}$$

1,75

$$f'(x) = 3\sqrt[3]{x+3} + \frac{(x-4)}{3\sqrt[3]{x+3}} \rightarrow f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$$

$6y-3x=1 \rightarrow m = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow m' = -2$

$y = x^2-4x+5 \rightarrow y' = 2x-4 = m' = -2 \rightarrow x=1,\ y=2$ 10

2

نقطه $(1,2)$

سوال ۲

$$g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}\xrightarrow{x=1}\frac{(-x+2)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$g'(x)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)(1)-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(1+\sqrt{3})}{\sqrt[3]{x^4}}\rightarrow g'(1)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)-\frac{2}{3}(1+\sqrt{3})}{1}=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}-2\left(\frac{-5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

سوال ۷

$$y=f(g(x))\rightarrow y'=g'(x)f'(g(x))\xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{8}}}y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'\Big(\underbrace{g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)}_{2}\Big)\rightarrow y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2)$$

$$g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}=(x^2-1)^{-\frac{1}{3}}\longrightarrow g'(x)=-\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}\times 2x=-\frac{2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$$

$$g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{-2}{3}\times\frac{3}{\sqrt{8}}\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}=\frac{-2}{\sqrt{8}}\times 2^4=-\frac{2^5\times\sqrt{2}}{2^2}=-2^3\sqrt{2}\longrightarrow g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=-8\sqrt{2}$$

$$f(x)=16x^2+1\rightarrow f'(x)=32x\rightarrow f'(2)=64$$

$$y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2)=-8\sqrt{2}\times 64=4\times(-128\sqrt{2})\rightarrow$$ ۴ برابر