

① در صورتی که تابع در $x=a$ و $x=b$ در نقطه $a=b$ قطع شود و در آن نقطه مشتق تابع f در $x=a$ و $x=b$ برابر باشد، داریم $f'(a) = f'(b)$ و اگر $a \neq b$ باشد، داریم $f'(a) \neq f'(b)$.

پس در این حالت

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(a) \Rightarrow a+1=b \Rightarrow a-b=-1 \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} 1; & x < 1 \\ \frac{1}{3}b \times \frac{1}{\sqrt{x}}; & x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow \frac{1}{3}b = 1 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow a+b=2 \quad \checkmark$$

در صورتی که تابع f در $x=a$ و $x=b$ در نقطه $a=b$ قطع شود و در آن نقطه مشتق تابع f در $x=a$ و $x=b$ برابر باشد، داریم $f'(a) = f'(b)$ و اگر $a \neq b$ باشد، داریم $f'(a) \neq f'(b)$.

$$f'(1) - 2g'(1) = (f(x) - 2g(x))' \quad h(x) = f(x) - 2g(x) \quad (۲)$$

مشتق می‌گیریم (مشتق تابع و ضرایب تابع در هر دو طرف $x=1$ گرفته می‌شود)

$$x \rightarrow 1 \Rightarrow g(x) = \frac{1-x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}, \quad f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x^2}} \quad (۲)$$

$$\Rightarrow f-2g = \frac{-2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{-2\sqrt{x} \times x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = -2\sqrt{x} \times x^{-\frac{1}{4}} \xrightarrow{\text{مشتق}} -\frac{1}{4}(-2\sqrt{x}) \times x^{-\frac{5}{4}}$$

$$\underline{x=1} \quad \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4} \right\} = f'(1) - 2g'(1) \quad \checkmark$$

③ اگر تابع f در $x=a$ و $x=b$ در نقطه $a=b$ قطع شود و در آن نقطه مشتق تابع f در $x=a$ و $x=b$ برابر باشد، داریم $f'(a) = f'(b)$ و اگر $a \neq b$ باشد، داریم $f'(a) \neq f'(b)$.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \Rightarrow ab+c = \frac{1}{a} \times a \Rightarrow a^2b+ac=1$$

$$f(x) = \begin{cases} b; & x < a \\ \frac{1}{x^2}; & x > a \end{cases} \quad x=a \Rightarrow f'_-(a) = f'_+(a) \Rightarrow b = -\frac{1}{a^2} \Rightarrow a^2b = -1 \quad (۲)$$

$$\Rightarrow a^2b+ac=1 \xrightarrow{a^2b=-1} ac=2 \quad \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} 0; & x < a \\ m(x-a)^{m-1}; & x > a \end{cases} \quad \text{حاصل} \quad (۴)$$

$$f'_-(a) = 0 \Rightarrow f'_+(a) \neq 0 \Rightarrow m=1 \quad (۲)$$

× توجه داشته باشید اگر $m=0$ باشد، آن تابع در نقطه $x=a$ تعریف نمی‌شود پس $m=1$ است.

اگر $m > 1$ باشد، مشتق تابع f در $x=a$ برابر می‌شود.

ماهان نجفی

(9) از حد درجه دوم حد پیمانی میگیریم (میانگین قضیه)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(-f'(a-h))f(a-h) + 3f'(a-h)}{-2h+a} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2f'(a)f(a) + 3f'(a)}{a}$$

(1, 1/12)

$$f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)^{-\frac{1}{4}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{(x+3)^2}} \quad x=a \Rightarrow 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12} = f'(a)$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(a) = \frac{25}{12}}$$

(10) (تقاطع خط $4y - 3x = 1$ و محور y)

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{1}{4} \Rightarrow m' = -2 \Rightarrow y' = 2x - 4 = -2 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{A(1, 2)}$$



(2)