۲۰

نام خانوادگی ...آرین جلیلی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ...دوازدهم A...

$$f(x)=\begin{cases} a+|x| & ; x<1 \\ b x^{\frac{2}{3}} & ; x\geq 1\end{cases} \rightarrow f(x)=\begin{cases} a-x & ; x\leq 0 \\ a+x & ; 0<x<1 \\ b x^{\frac{2}{3}} & ; x\geq 1\end{cases}$$

۲

$$\rightarrow f'(x)=\begin{cases} -1 & ; x<0 \\ 1 & ; 0<x<1 \\ \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} & ; x\geq 1\end{cases} \qquad f(1)=a+1=b \ , \ f'(1)=1=\frac{2b}{3}$$

$$\rightarrow a=\frac{1}{2} \ , \ b=\frac{3}{2} \rightarrow \underline{a+b=2}$$

$$f'(x)=\left(\frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'=\frac{-2\left(\sqrt[3]{x^2}\right)-\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)(-2x+4)}{\sqrt[3]{x^4}} \ ; x\leq 2 \rightarrow f'(1)=\frac{-10}{3}$$

$$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \ ; x\leq 2 \rightarrow g'(x)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}\right)-\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)\left(2-x+\sqrt{3x}\right)}{\sqrt[3]{x^4}}$$

۲

$$\rightarrow g'(1)=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow f'(1)-2g'(1)=-\frac{10}{3}-2\left(-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

شرط پیوستگی در $x=a$: $ba+c=\frac{1}{a} \xrightarrow{(I)} \left(\frac{-1}{a^2}\right)(a)+c=\frac{1}{a} \rightarrow \frac{-1}{a}+c=\frac{1}{a} \rightarrow c=\frac{2}{a}$

۲

شرط برابری مشتق چپ و راست ، $f'_-(a)=b$ ، $f'_+(a)=\frac{-1}{a^2} \Rightarrow b=\frac{-1}{a^2} \ (I)$

$$\Rightarrow ac=a\times\frac{2}{a}=\boxed{2}$$

پیوستگی در $x=a$: $\lim_{x\to a^-} f(x)=b$

$\lim_{x\to a^+} b+(x-a)^m=b \rightarrow m>0$

مشتق چپ و راست $f'_-(a)=0$

$f'_+(x)=m(x-a)^{m-1}$ ۲

$m=0 \rightarrow f'_+(x)=0$ ✗

$m=1 \rightarrow f'_+(x)=1$ ✓ گوشه‌ای

$m\geq 2 \rightarrow f'_+(x)=0$ ✗

در $m=1$: (a,b) یک نقطه گوشه‌ای است ← 1 مقدار

زیرا پیوستگی دارد و مشتق چپ و راست وجود دارند ولی برابر نیستند

اگر $x<0 \rightarrow g(x)=\frac{1}{2x^3} \rightarrow g'(x)=\frac{-3}{2}x^{-4} \rightarrow g'(-\sqrt[3]{2})=\frac{-3}{2\times 2^{\frac{4}{3}}}$ ۲

$$g(-\sqrt[3]{2})=\frac{1}{2(-\sqrt[3]{2})^3}=\frac{-1}{4}$$

اگر $x<0 \rightarrow f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}=(2x)^{-\frac{1}{3}} \rightarrow f'(x)=-\frac{1}{3}(2x)^{-\frac{4}{3}}\times 2=-\frac{2}{3}(2x)^{-\frac{4}{3}}$

$$\xrightarrow{x=\frac{-1}{4}} f'\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{2}{3}(2)^{\frac{4}{3}} \rightarrow g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))=\left(\frac{-3}{2\times 2^{\frac{4}{3}}}\right)\left(-\frac{2}{3}2^{\frac{4}{3}}\right)=\boxed{1}$$

$y=-ax-5 \qquad f(3)=y=-3a-5 \qquad f'(3)-f(3)=2$

$f'(3)=-a \qquad \Rightarrow -a-(-3a-5)=2$ 2

$\Rightarrow a=-\frac{3}{2}$

$f(3)=-3\left(-\frac{3}{2}\right)-5=-\frac{1}{2}$

$f'(3)=-a=\frac{3}{2} \qquad \Rightarrow \frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\boxed{-\frac{1}{3}}$

$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{9}{8}-1}}=2 \rightarrow (f\circ g)'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2)$ 2

$g(x)=(x^2-1)^{-\frac{1}{3}} \rightarrow g'(x)=-\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}\times 2x=\frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}} \rightarrow g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=-8\sqrt{2}$

$f(x)=(4x)^2+1 \rightarrow f'(x)=32x \rightarrow f'(2)=64$

$\rightarrow (f\circ g)'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\cdot f'(2)=-8\sqrt{2}\cdot 64=-128\sqrt{2}\times 4$ $\qquad \frac{(f\circ g)'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)}{(-128\sqrt{2})}=\frac{-128\sqrt{2}\times 4}{-128\sqrt{2}}=\boxed{4}$

$f(x+5)=f(x) \rightarrow 1\times f'(x+5)=f'(x) \rightarrow f'(x+5)=f'(x)$

$g(x)=f(x+1)+f(3x+10) \rightarrow g'(x)=f'(x+1)+3f'(3x+10)$ 2

$g'(-2)=f'(-1)+3f'(4) \xrightarrow{(I)} g'(-2)=4f'(-1)=4\times\frac{3}{2}=6$

$f'(4)=f'(4-5)=f'(-1) \quad (I)$

$\lim_{h\to 0}\frac{(f(5-h)-1)(f(5-h)-2)}{h(5-h)}=\lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-1}{5-h}\times\lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-2}{h}$ 2

$\overset{(I)}{=}\frac{2-1}{5}\times\lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-f(5)}{h}=\frac{-1}{5}\lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-f(5)}{-h} \qquad f(5)=2 \ (I)$

$-h=t \rightarrow \frac{-1}{5}\lim_{t\to 0}\frac{f(5+t)-f(5)}{t}=\frac{-1}{5}f'(5) \quad , \quad f'(x)=1\times\sqrt[3]{x+3}+\frac{x-4}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}$

$f'(5)=\sqrt[3]{8}+\frac{1}{3\sqrt[3]{64}}=\frac{25}{12} \rightarrow \frac{-1}{5}f'(5)=\frac{-1}{5}\times\frac{25}{12}=\boxed{\frac{-5}{12}}$

$y=x^2-4x+5 \rightarrow y'=2x-4$

$4y=2x+1 \rightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4} \rightarrow m=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{شیب خط عمود}} m'=-2$ 2

$\rightarrow 2x-4=-2 \rightarrow x=1 \rightarrow y=(1)^2-4(1)+5=2 \rightarrow \boxed{A(1,2)}$