نام خانوادگی ..... آترین جلیلی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ..... دوازدهم ریاضی A .....

$$f(x)=\begin{cases} a+|x| & ; x<1 \\ b\,x^{\frac{2}{3}} & ; x\geq 1\end{cases} \rightarrow f(x)=\begin{cases} a-x & ; x\leq 0 \\ a+x & ; 0<x<1 \\ b\,x^{\frac{2}{3}} & ; x\geq 1\end{cases}$$

$$\rightarrow f'(x)=\begin{cases} -1 & ; x<0 \\ 1 & ; 0<x<1 \\ \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} & ; x>1\end{cases}$$

$f(1)=a+1=b \ ,\ f'(1)=1=\frac{2b}{3}$

$\Rightarrow a=\frac{1}{2} \ ,\ b=\frac{3}{2} \rightarrow \boxed{a+b=2}$

$$f'(x)=\left(\frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'=\frac{-2\left(\sqrt[3]{x^2}\right)-\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)(-2x+4)}{\sqrt[3]{x^4}} \ ; x<2 \rightarrow f'(1)=\frac{-10}{3}$$

$$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \ ; x<2 \rightarrow g'(x)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}\right)-\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)\left(2-x+\sqrt{3x}\right)}{\sqrt[3]{x^4}}$$

$$\rightarrow g'(1)=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow f'(1)-2g'(1)=-\frac{10}{3}-2\left(-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

شرط پیوستگی در $x=a$: $ba+c=\frac{1}{a} \xrightarrow{(I)} \left(\frac{-1}{a^2}\right)(a)+c=\frac{1}{a} \rightarrow \frac{-1}{a}+c=\frac{1}{a} \rightarrow c=\frac{2}{a}$

شرط برابری مشتق چپ و راست ، $f'_-(a)=b$ ، $f'_+(a)=\frac{-1}{a^2} \Rightarrow b=\frac{-1}{a^2} \ (I)$

$\Rightarrow ac=a\times\frac{2}{a}=\boxed{2}$

پیوستگی در $x=a$: $\lim_{x\to a^-} f(x)=b$

$\lim_{x\to a^+} b+(x-a)^m=b \rightarrow m>0$

مشتق چپ و راست $f'_-(a)=0$

$f'_+(x)=m(x-a)^{m-1}$

$m=0 \rightarrow f'_+(x)=0$ ✗

$m=1 \rightarrow f'_+(x)=1$ ✓ گوشه‌ای

$m\geq 2 \rightarrow f'_+(x)=0$ ✗

در $m=1$ ، (a,b) یک نقطهٔ گوشه‌ای است $\Leftarrow$ 1 مقدار

زیرا پیوستگی دارد و مشتق چپ و راست وجود دارند ولی برابر نیستند

اگر $x<0 \rightarrow g(x)=\frac{1}{2x^3} \rightarrow g'(x)=\frac{-3}{2}x^{-4} \rightarrow g'(-\sqrt[3]{2})=\frac{-3}{2\times 2^{\frac{4}{3}}}$

$g(-\sqrt[3]{2})=\frac{1}{2(-\sqrt[3]{2})^3}=\frac{-1}{4}$

اگر $x<0 \rightarrow f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}=2x^{-\frac{1}{3}} \rightarrow f'(x)=-\frac{1}{3}(2x)^{-\frac{4}{3}}\times 2=-\frac{2}{3}(2x)^{-\frac{4}{3}}$

$\xrightarrow{x=\frac{-1}{4}} f'\left(\frac{-1}{4}\right)=-\frac{2}{3}(2)^{\frac{4}{3}} \rightarrow g'(-\sqrt[3]{2})\,f'(g(-\sqrt[3]{2}))=\left(\frac{-3}{2\times 2^{\frac{4}{3}}}\right)\left(\frac{-2}{3}2^{\frac{4}{3}}\right)=\boxed{1}$

$$y=-ax-۵ \qquad f(۳)=y=-۳a-۵ \qquad f'(۳)-f(۳)=۲$$
$$f'(۳)=-a \qquad \Rightarrow -a-(-۳a-۵)=۲$$
$$\Rightarrow \underline{a=\frac{-۳}{۲}}$$
$$f(۳)=-۳\left(\frac{-۳}{۲}\right)-۵=\frac{-۱}{۲}$$
$$f'(۳)=-a=\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{f(۳)}{f'(۳)}=\frac{\frac{-۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}}=\boxed{\frac{-۱}{۳}}$$

$$g\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-۱}}=۲ \rightarrow (fog)'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)=g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)f'(۲)$$
$$g(x)=(x^۲-۱)^{-\frac{۱}{۳}} \rightarrow g'(x)=-\frac{۱}{۳}(x^۲-۱)^{-\frac{۴}{۳}}\times ۲x=\frac{-۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۴}} \rightarrow g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)=-۸\sqrt{۲}$$
$$f(x)=(۴x)^۲+۱ \rightarrow f'(x)=۳۲x \rightarrow f'(۲)=۶۴$$
$$\Rightarrow (fog)'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)=g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)\cdot f'(۲)=-۸\sqrt{۲}\cdot ۶۴=-۱۲۸\sqrt{۲}\times ۴$$
$$\frac{(fog)'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)}{(-۱۲۸\sqrt{۲})}=\frac{-۱۲۸\sqrt{۲}\times ۴}{-۱۲۸\sqrt{۲}}=\boxed{۴}$$

$$f(x+۵)=f(x) \rightarrow ۱\times f'(x+۵)=f'(x) \rightarrow f'(x+۵)=f'(x)$$
$$g(x)=f(x+۱)+f(۳x+۱۰) \rightarrow g'(x)=f'(x+۱)+۳f'(۳x+۱۰)$$
$$g'(-۲)=f'(-۱)+۳f'(۴) \xrightarrow{(I)} g'(-۲)=۴f'(-۱)=۴\times\frac{۳}{۲}=\underline{۶}$$
$$f'(۴)=f'(۴-۵)=f'(-۱) \quad (I)$$

$$\lim_{h\to ۰}\frac{(f(۵-h)-۱)(f(۵-h)-۲)}{h(۵-h)}=\lim_{h\to ۰}\frac{f(۵-h)-۱}{۵-h}\times\lim_{h\to ۰}\frac{f(۵-h)-۲}{h}$$
$$\overset{(I)}{=}\frac{۲-۱}{۵}\times\lim_{h\to ۰}\frac{f(۵-h)-f(۵)}{h}=\frac{-۱}{۵}\lim_{h\to ۰}\frac{f(۵-h)-f(۵)}{-h} \qquad f(۵)=۲ \ (I)$$
$$-h=t \rightarrow \frac{-۱}{۵}\lim_{t\to ۰}\frac{f(۵+t)-f(۵)}{t}=\frac{-۱}{۵}f'(۵) \ , \ f'(x)=۱\times\sqrt[۳]{x+۳}+\frac{x-۴}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}}$$
$$f'(۵)=\sqrt[۳]{۸}+\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{۶۴}}=\frac{۲۵}{۱۲} \rightarrow \frac{-۱}{۵}f'(۵)=\frac{-۱}{۵}\times\frac{۲۵}{۱۲}=\boxed{\frac{-۵}{۱۲}}$$

$$y=x^۲-۴x+۵ \rightarrow y'=۲x-۴$$
$$۴y=۲x+۱ \rightarrow y=\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۴} \rightarrow m=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{شیب خط عمود}} m'=-۲$$
$$\Rightarrow ۲x-۴=-۲ \Rightarrow x=۱ \rightarrow y=(۱)^۲-۴(۱)+۵=۲ \rightarrow \boxed{A(۱,۲)}$$