۱۶,۲۵

نام و نام خانوادگی کوروش شیرانی فر ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲ ...... کلاس دوازدهم A ......

۱	$y = a + \sqrt{x^2} \xrightarrow[x=1]{y'} y' = 1$ $y = b\sqrt[3]{x^2} \to y' = \frac{b\times 2}{3\sqrt[3]{x^1}}$ $\frac{2b}{3\sqrt{1}} = 1 \Rightarrow 2b = 3 \to b = \frac{3}{2}$ (II) $f(x) = \begin{cases} a+\sqrt{x^2} \to a+\|x\| \\ b\sqrt[3]{x^2} \end{cases}$ در $x=0$ مشتق ناپذیر است، پس در $x=1$ مشتق پذیر است پیوسته $\xrightarrow{x=1}$ $a+1=b \to \boxed{a-b=-1}$ (I) $\xrightarrow{(I),(II)} a-\frac{3}{2}=-1 \to a=\frac{1}{2}$ $\to b+a=\boxed{2}$ ۲
۲	$f \to \|2x-4\| = 2\|x-2\| \xrightarrow[x<2]{x=1} \|x-2\| = -x+2 \Rightarrow f(x) = \frac{4(2-x)}{2\sqrt[3]{x^2}} = 2(2-x)x^{-\frac{2}{3}}$ $f'(x) = 2\|-x^{-\frac{2}{3}}+(2-x)(-\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}})\| \xrightarrow{x=1} f'(1) = 2\|-1-\frac{2}{3}\| = \frac{-10}{3}$ $g \to \sqrt{x^2-4x+4} = \|x-2\| \xrightarrow{x=1} \Rightarrow \|x-2\|=1 \Rightarrow g(x) = \frac{\|x-2\|+\sqrt{3x}}{3\sqrt{x^2}} \xrightarrow[x<2]{x=1} g(x) = \frac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=x^{-\frac{2}{3}}$ $\to g'(x) \xrightarrow{x=1} = \frac{1}{3}$ $f'(1)-2g'(1) = -\frac{10}{3}-2\times\frac{1}{3} = -\frac{12}{3} = \boxed{-4}$ $f'(1)-2g'(1) = -\frac{10}{3}-2(-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{\|x-2\|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{(-x+2)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \to g'(1) = \frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}})-\frac{2}{3}(1+\sqrt{3})}{1} = -\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$ ۱
۳	پیوستگی $\to ba+c = \frac{1}{a}$ برابری مشتق ها $\to b = \frac{-1}{x^2} \to b = \frac{-1}{a^2}$ $-\frac{1}{a}+c = \frac{1}{a} \to c = \frac{2}{a}$ $ac = a\times\frac{2}{a} = \boxed{2}$ ۲
۴	برای نقطه گوشه‌ای لازم است که مشتق چپ با مشتق راست برابر نباشند $f(x) = \begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^n & ; x\geq a \end{cases} \to y' \begin{cases} 0 & x<a \\ n(x-a)^{n-1} & x>a \end{cases}$ فقط به ازای $\boxed{m=0}$ یا $\boxed{m=1}$ این عبارت مشتق ناپذیر است و در نقطه (a,b) نقطه گوشه‌ای دارد زیرا در بقیه حالات n مشتق چپ و راست تابع برابر صفر خواهد بود (در نقطه a) $m=0 \to f'_-(a) = f'_+(a)$ × غلط ۱,۵
۵	$g(-\sqrt[3]{2}) \xrightarrow{x<0} \|x^3\| = \|-\sqrt[3]{2}^3\| = \|-2\| = 2$ $\to g(-\sqrt[3]{2}) = \boxed{\frac{1}{4}}$ $f'(x) \xrightarrow{x<0} f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-(-x)}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$ $= (2x)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{3}(2x)^{-\frac{4}{3}}\times 2 = -\frac{2}{3}\times(2x)^{-\frac{4}{3}} \xrightarrow{x=\frac{1}{4}} f'(\frac{1}{4}) = -\frac{2}{3}\times 4 = -\frac{8}{3}$ $g'(x) \xrightarrow{x<0} g(x) = \frac{1}{2x^3} = \frac{1}{2}x^{-3} \to g'(x) = -\frac{3}{2}x^{-4} \xrightarrow{x=-\sqrt[3]{2}} x^4 = (\sqrt[3]{2})^4 = 2^{\frac{4}{3}} \to g'(-\sqrt[3]{2}) = -\frac{3}{2\cdot 2^{\frac{4}{3}}}$ $g'(-\sqrt[3]{2})\cdot f'(g(-\sqrt[3]{2})) = (-\frac{3}{2^{\frac{7}{3}}})(-\frac{8}{3}) = \frac{8}{2^{\frac{7}{3}}} = \boxed{2^{\frac{2}{3}}}$ ۱

$fog(x) = f(\frac{1}{2x^3}) = \frac{1}{\sqrt[3]{2\times(\frac{1}{2x^3})}} = x \to fog(x) = x \to (fog(x))' = 1$

$g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}=(x^2-1)^{-\frac13} \to g'(x)=-\frac13(x^2-1)^{-\frac43}\times 2x=-\frac23 x(x^2-1)^{-\frac43} \to g'\left(\frac{3}{\sqrt8}\right)=-8\sqrt2$

سوال ۱۷

$y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt8}\right)f'(2)=-8\sqrt2\times 64=4\times(-128\sqrt2)$ → ۴ برابر

۶

$y=-ax-5 \to y'=-a \xrightarrow{\text{برابر بودن مشتق}} f'(3)=-a$

$\xrightarrow{x=3} y=-3a-5 \xrightarrow{\text{مماس بودن}} f(3)=-3a-5$

$f'(3)-f(3)=2 \Rightarrow -a+3a+5=2 \to 2a=-3 \to a=-\frac32$

$\frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-3a-5}{-a}\xrightarrow{a=-\frac32}\frac{+\frac92-5}{\frac32}=\frac{-\frac12}{\frac32}=\boxed{-\frac13}$

۴

۷

$g\left(\frac{3}{\sqrt8}\right)=x^2-1=\frac98-1=\frac18 \to \sqrt[3]{\frac18}=\frac12 \to g\left(\frac{3}{\sqrt8}\right)=\frac{1}{\frac12}=2$

۱

$[x^2+\frac12]\xrightarrow{x=2}[4+\frac12]=4$ / در اطراف $x=2$ $\to f(x)=(x\times4)^2+1=16x^2+1$

$\to f'(x)=32x \to f'(2)=64$ / $g(x)=(x^2-1)^{-\frac13} \to g'(x)=-\frac23x(x^2-1)^{-\frac43}$

$\xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt8}}(x^2-1)^{-\frac43}\times-\frac23x=16\times-\frac23\times\frac{3}{\sqrt8}=-4\sqrt2 \xrightarrow{(f\circ g)'=g'(x)\times f'(g(x))}$

$=64\times(-4\sqrt2)=-256\sqrt2 \longrightarrow$ ۲ برابر

۸

$g'(x)=f'(x+1)+f'(3x+10)\times3 \xrightarrow{x=-2} g'(-2)=f'(-1)+3f'(4)$

$f'(4)=f'(-1) \xleftarrow{\text{دوره تناوب } T=5}$

$g'(-2)=f'(-1)+3f'(-1)=4f'(-1)=4\times\frac32=\boxed{6}$

۲

۹

$\frac{(f(5-h)-1)(f(5-h)-2)}{h(5-h)}$ $\quad f(5)=5-4\sqrt[3]{8}=1\times2=2$

۲

$=\frac{f(5-h)-2}{h}\times\frac{f(5-h)-1}{5-h}\Rightarrow \lim_{h\to0}\frac{f(5-h)-1}{5-h}=\frac{2-1}{5}=\frac15$

$\frac{f(5-h)-2}{h}=-f'(5)$ / $f(x)=(x-4)\times(x+3)^{\frac13}\Rightarrow f'(x)=(x+3)^{\frac13}+(x-4)\frac13(x+3)^{-\frac23}$

$\xrightarrow{x=5}(x+3)^{\frac13}=2$ و $(x+3)^{-\frac23}=\frac14 \Rightarrow f'(5)=2+1\times\frac13\times\frac14=2+\frac{1}{12}$

$=\frac{25}{12}\to \lim\left(-\frac{25}{12}\right)\times\frac15=\boxed{-\frac{25}{60}}$

۱۰

$6y=3x+1 \to y=\frac12x+\frac16 \to m_{\text{عمود}}=\frac12 \to m_{\text{مماس}}=-2$

۱/۷۵

$y'=2x-4 \to 2x-4=-2 \to 2x=2 \to \boxed{x=1} \to$ در نقطه $x=1$ خط مماس بر منحنی بر خط داده شده عمود است

$y=1$