نام و نام خانوادگی کوروش شیرانی فر ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲ ...... کلاس دوازدهم A ......

**۱**

$y = a + \sqrt{x^2} \xrightarrow[x=1]{y'} y' = 1$

$f(x) = \begin{cases} a+\sqrt{x^2} \to a+|x| \\ b\sqrt[3]{x^2} \end{cases}$ در $x=0$ مشتق ناپذیر است

پس در $x=1$ مشتق پذیر است

$y = b\sqrt[3]{x^2} \to y' = \frac{b\times 2}{3\sqrt[3]{x^1}}$ ; $\frac{2b}{3\sqrt{1}} = 1 \Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$ (II)

پیوسته $\xRightarrow{x=1}$ $a+1 = b \to \boxed{a-b=-1}$ (I)

$\xrightarrow{(I),(II)} a - \frac{3}{2} = -1 \to a = \frac{1}{2}$

$\to b + a = \boxed{2}$

**۲**

$f \to |2x-4| = 2|x-2| \xrightarrow[x<2]{x=1} |x-2| = -x+2 \Rightarrow f(x) = \frac{2(2-x)}{2\sqrt[3]{x^2}} = 2(2-x)x^{-\frac{2}{3}}$

$f'(x) = 2\left|-x^{-\frac{2}{3}} + (2-x)\left(-\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}}\right)\right| \xrightarrow{x=1} f'(1) = 2\left|-1-\frac{2}{3}\right| = \boxed{-\frac{10}{3}}$

$g \Rightarrow \sqrt{x^2-4x+4} = |x-2| \xrightarrow{x=1} \Rightarrow |x-2| = 1 \Rightarrow g(x) = \frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{3\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow[x<2]{x=1} g(x) = \frac{2-x+\sqrt{3x}}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$\to g'(x) \xrightarrow{x=1} = \frac{1}{3}$

$f'(1) - 2g'(1) = -\frac{10}{3} - 2\times\frac{1}{3} = -\frac{12}{3} = \boxed{-4}$

**۳**

پیوستگی $\to ba + c = \frac{1}{a}$

برابری مشتق ها $\to b = \frac{-1}{x^2} \to b = \frac{-1}{a^2}$

$-\frac{1}{a} + c = \frac{1}{a} \to c = \frac{2}{a}$

$ac = a \times \frac{2}{a} = \boxed{2}$

**۴**

برای نقطه گوشه ای لازم است که مشتق چپ با مشتق راست برابر نباشند

$f(x) = \begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^n & ; x \geq a \end{cases} \to y' \begin{cases} 0 & x<a \\ n(x-a)^{n-1} & x>a \end{cases}$

فقط به ازای $\boxed{n=1}$ و $\boxed{n=0}$ این عبارت مشتق ناپذیر است و در نقطه $(a,b)$ نقطه گوشه ای دارد زیرا در بقیه حالات $n$ مشتق چپ و راست تابع برابر صفر خواهد بود (در نقطه $a$)

**۵**

$g(-\sqrt[3]{2}) \xrightarrow{x<0} |x^3| = |-\sqrt[3]{2}^3| = |-2| = 2$

$\to g(-\sqrt[3]{2}) = \boxed{\frac{1}{-4}}$

$f'(x) = \xrightarrow{x<0} f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-(-x)}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$

$= (2x)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{3}(2x)^{-\frac{4}{3}} \times 2 = -\frac{2}{3}\times(2x)^{-\frac{4}{3}} \xrightarrow{x=-\frac{1}{4}} f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{2}{3}\times 4 = -\frac{8}{3}$

$g'(x) \xrightarrow{x<0} g(x) = \frac{1}{2x^3} = \frac{1}{2}x^{-3} \to g'(x) = -\frac{3}{2}x^{-4} \xrightarrow{x=-\sqrt[3]{2}} x^4 = (\sqrt[3]{2})^4 = 2^{\frac{4}{3}} \to g'(-\sqrt[3]{2}) = -\frac{3}{2\,2^{\frac{4}{3}}}$

$g'(-\sqrt[3]{2}) \cdot f'(g(-\sqrt[3]{2})) = \left(-\frac{3}{2\,2^{\frac{4}{3}}}\right)\left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{8}{2^{\frac{7}{3}}} = \boxed{2^{\frac{2}{3}}}$

**۶**

$y=-ax-5 \to y'=-a \xrightarrow{\text{برابر بودن مشتق ها}} f'(3)=-a$

$x=3 \to y=-3a-5 \xrightarrow{\text{مماس بودن}} f(3)=-3a-5$

$f'(3)-f(3)=2 \Rightarrow -a+3a+5=2 \to 2a=-3 \to a=-\frac{3}{2}$

$\frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-3a-5}{-a} \xrightarrow{a=-\frac{3}{2}} \frac{+\frac{9}{2}-5}{\frac{3}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\boxed{-\frac{1}{3}}$

---

**۷**

$g(\frac{3}{\sqrt{8}})=x^2-1=\frac{9}{8}-1=\frac{1}{8} \to \sqrt[3]{\frac{1}{8}}=\frac{1}{2} \to g(\frac{3}{\sqrt{8}})=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$

$[x^2+\frac{1}{2}] \xrightarrow{x=2} [4+\frac{1}{2}]=4$ / در اطراف $x=2$ $\to f(x)=(x\times 4)^2+1=16x^2+1$

$\to f'(x)=32x \to f'(2)=64$ / $g(x)=(x^2-1)^{-\frac{1}{3}} \to g'(x)=-\frac{2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$

$\xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{8}}} (x^2-1)^{-\frac{4}{3}}\times -\frac{2}{3}x=16\times -\frac{2}{3}\times\frac{3}{\sqrt{8}}=-4\sqrt{2} \xrightarrow{(f\circ g)'=g'(x)\times f'(g(x))}$

$=64\times(-4\sqrt{2})=-256\sqrt{2} \longrightarrow$ $\boxed{\text{۲ برابر}}$

---

**۸**

$g'(x)=f'(x+1)+f'(3x+10)\times 3 \xrightarrow{x=-2} g'(-2)=f'(-1)+3f'(4)$

$\xleftarrow{\text{دوره تناوب } 5=T}$ $f'(4)=f'(-1) \Leftarrow$

$g'(-2)=f'(-1)+3f'(-1)=4f'(-1)=4\times\frac{3}{2}=\boxed{6}$

---

**۹**

$\frac{(f(5-h)-1)(f(5-h)-2)}{h(5-h)}$  $f(5)=5-4\sqrt[3]{8}=1\times 2=2$

$=\frac{f(5-h)-2}{h}\times\frac{f(5-h)-1}{5-h} \Rightarrow \lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-1}{5-h}=\frac{2-1}{5}=\frac{1}{5}$

$\frac{f(5-h)-2}{h}=-f'(5)$ / $f(x)=(x-4)\times(x+3)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x)=(x+3)^{\frac{1}{3}}+(x-4)\frac{1}{3}(x+3)^{-\frac{2}{3}}$

$\xrightarrow{x=5} (x+3)^{\frac{1}{3}}=2$ و $(x+3)^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{4} \Rightarrow f'(5)=2+1\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=2+\frac{1}{12}$

$=\frac{25}{12} \to \lim(-\frac{25}{12})\times\frac{1}{5}=\boxed{\frac{-25}{60}}$

---

**۱۰**

$6y=3x+1 \to y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{6} \to m_{\text{عمود}}=\frac{1}{2} \to m_{\text{مماس}}=-2$

$y'=2x-4 \to 2x-4=-2 \to 2x=2 \to \boxed{x=1} \to$ در نقطه $x=1$ خط مماس بر منحنی بر خط داده شده عمود است