نام و نام خانوادگی ...امیرعلی کیوان‌فر... ۱۶ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۲... کلاس ...دوازدهم ریاضی A...

۱

$f(x)\begin{cases} a+\sqrt{x^2}; & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2}; & x\geq 1\end{cases}$ پیوسته $\Rightarrow 1+a=b$

مشتق پذیر $\Rightarrow \frac{2x}{2\sqrt{x^2}}=b\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{2}{3}b=1 \Rightarrow b=\frac{3}{2} \Rightarrow a=\frac{1}{2}$

$a+b=2$ ۱٫۷۵

$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}+\sqrt{x^2}, \; x<1$ (در صفر با زاویه است) $f'(0)$ ناموجود

$g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{(-x+2)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow g'(1)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}})-\frac{2}{3}(1+\sqrt{3})}{1}=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$

۲

$f'(x)=\frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f''(1)=\frac{-2(x^{\frac{2}{3}})-(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}})(4-2x)}{\sqrt[3]{x^4}}=\frac{-2-\frac{4}{3}}{1}=-\frac{10}{3}$ ۱

$g'(x)=\frac{|2-x|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})(\sqrt[3]{x^2})-(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}})(2-x+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^4}} \quad g'(1)=-1+\frac{\sqrt{3}}{2}-1-\sqrt{3}$

$=-\frac{\sqrt{3}}{2}-2 \Rightarrow 2g'(1)=\sqrt{3}-4 \Rightarrow$

$f'(1)-2g'(1)=-\frac{10}{3}+2\sqrt{3}+8=2\sqrt{3}+\frac{14}{3}$

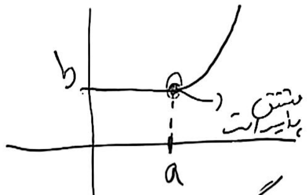
$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}-2(\frac{-5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6})=\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳

$f(x)=\begin{cases} bx+c; & x<a \\ \frac{1}{x}; & x\geq a\end{cases}$ پیوستگی $ab+c=\frac{1}{a} \Rightarrow a^2b+ac=1$

$f'_+(a)=f'_-(a) \Rightarrow -\frac{1}{a^2}=b \Rightarrow ba^2=-1 \Rightarrow \boxed{ac=2}$ ۲

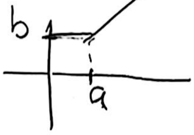
۴

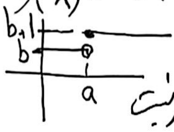


طبق شکل روبه‌رو مشتق تابع در a^+ باید مخالف صفر باشد زیرا در صورتی که صفر شود تابع در a مشتق پذیر خواهد بود

$f(x)=b+(x-a)^m \Rightarrow f'(x)=m\boxed{(x-a)^{m-1}} \Rightarrow m=0$ یا $\boxed{m=1}$ ۲

$m=1 \Rightarrow$





در صورتی که $m=0$ باشد تابع در a ناپیوسته خواهد بود دیگر مشتق پذیر نیست

۶

چون مماس است: $g'(3)=f'(3), g(3)=f(3)$

$g(x)=-ax-5 \Rightarrow g(3)=-3a-5$

$g'(x)=-a \Rightarrow g'(3)=-a$ ۱٫۵

$\Rightarrow -a+(3a+5)=2 \Rightarrow 2a=-3 \Rightarrow a=-\frac{3}{2}$

$\frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-3a-5}{-a}=\frac{-3(-\frac{3}{2})-5}{\frac{3}{2}}=\frac{-1}{3}$

$(f\circ g(x))' = g'(x)\left(f'(g(x))\right) \Rightarrow (f\circ g)'(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3-\lvert x^3\rvert} - \left\lvert\dfrac{1}{x^3-\lvert x^3\rvert}\right\rvert}}\,,\ \sqrt[3]{\dfrac{1}{\dfrac{-2}{-2x^3}}}$ $\Rightarrow f\circ g(x) = x \Rightarrow (f\circ g)'(x) = 1 \Rightarrow (f\circ g)'(-\sqrt[3]{2}) = 1$ $, x<0$ دامنه تابع $x<0$ ۲	۵
$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{\frac{9}{8}-1}} = 2$ → داخل دامنه $f\circ g(x) \Rightarrow (f\circ g)'(x) = f'(g(x))\times g'(x) = \ldots$ $(32x)\left((x^2-1)^{-\frac{3}{2}}\right) = \left(-\frac{1}{2}\times(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}\times 2x\right)(32x) =$ $\left(-\frac{1}{2}\times 16\times\frac{6}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{32\times 3}{\sqrt{8}}\right) = \dfrac{16\times 6\times 32}{8} = 64\times 6 = 384$ $g'(x) = -\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}\times 2x = -\frac{2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$ $g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = -8\sqrt{2}$ $f(x) = 16x^2+1 \to f'(x) = 32x \to f'(2) = 64$ $(16x^2+1)' = 32x$ $\Rightarrow \dfrac{-384}{-128\sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ $y' = g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2) = -8\sqrt{2}\times 64 = 4\times(-128\sqrt{2}) \to$ ۴ برابر ۱	۷
$f(3x+10) = f(3x)$ $f'(-5)$ $f'(x+T) = f(x)$ می‌دانیم اگر تابعی با دوره تناوب T مشتق پذیر باشد تابع مشتق آن نیز دوره تناوب T دارد $\Rightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(-6) = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\ldots = 6$ ۲	۸
$f'(5)$ $f(5)$ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} = \dfrac{f(5-h)-3}{-h}\left(\dfrac{f(5-h)-1}{(5-h)}\right) = \frac{2-1}{5}\times -f'(5)$ $f'(x) = 1\left(\sqrt[3]{x+3}\right) + \left(\frac{1}{3}(x+3)^{-\frac{2}{3}}(x-4)\right) \Rightarrow f'(5) = 2\times\left(2+\frac{1}{12}\right) = \frac{25}{9}$ $f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)\dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \to f'(5) = 2+\frac{1}{12} = \frac{25}{12}$ $\Rightarrow \frac{1}{5}\times -\frac{25}{9} = -\frac{5}{9}$ $-\frac{1}{5}\times\frac{25}{12} = \frac{-5}{12}$ ۱	۹
$6y = 3x+1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$ خط عمود $y = -2x+b$ $g(x) = -2x+b$ $f(x) = x^2-4x+5$ $g'(x) = f'(x) \Rightarrow 2x-4 = -2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = g(1) \Rightarrow 1-4+5 = -2+b$ $\Rightarrow b = 4$ $y = 2$ ۱/۷۵	۱۰