نام و نام خانوادگی ...امیرعلی کیوان‌فر... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۲۲.. **کلاس** ..دوازدهم ریاضی A..

۱

$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} ; & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} ; & x\geq 1 \end{cases}$ پیوستگی $\Rightarrow 1+a=b$

مشتق‌پذیری $\Rightarrow \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}} = b\,\dfrac{2}{3}\,x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow \dfrac{2}{3}b=1 \Rightarrow b=\dfrac{3}{2} \Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}+\sqrt{x^2}\,,\ x<1$ در صفر بازگشتی است $\Rightarrow f'(0)$ ناموجود

۲

$f'(x)=\dfrac{4-2x}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(1)=\dfrac{-2(x^{\frac{2}{3}})-\left(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}\right)(4-2x)}{\sqrt[3]{x^4}} = \dfrac{-2-\left(\frac{2}{3}\times 2\right)}{1} = -2-\dfrac{4}{3} = -\dfrac{10}{3}$

$g'(x)=\dfrac{(2-x)'+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \dfrac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}\right)-\left(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}\right)\left(2-x+\sqrt{3x}\right)}{\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow g'(1) = -1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1-\sqrt{3}$

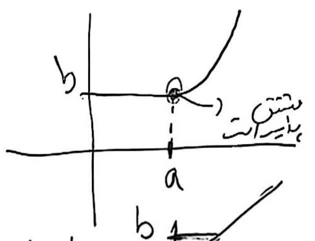
$= -\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2 \Rightarrow 2g'(1) = -\sqrt{3}-4 \Rightarrow f'(1)-2g'(1) = -\dfrac{10}{3}+2\sqrt{3}+8 = 2\sqrt{3}+\dfrac{14}{3}$

۳

$f(x)=\begin{cases} bx+c ; & x<a \\ \dfrac{1}{x} ; & x\geq a \end{cases}$ پیوستگی $\quad ab+c=\dfrac{1}{a} \Rightarrow a^2b+ac=1$

$f'_+(a)=f'_-(a) \Rightarrow -\dfrac{1}{a^2}=b \Rightarrow ba^2=-1 \Rightarrow \boxed{ac=2}$

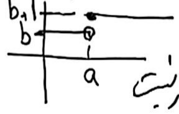
۴



طبق شکل روبرو مشتق تابع در a^+ باید مخالف صفر باشد زیرا درصورتی که صفر شود تابع در a مشتق‌پذیر خواهد بود

$f(x)=b+(x-a)^m \Rightarrow f'(x)=m\boxed{(x-a)^{m-1}} \Rightarrow m=0$ یا $\boxed{m=1}$

$m=1 \Rightarrow$ 



درصورتی که $m=0$ باشد تابع در a ناپیوسته خواهد بود در دیگر مشتق‌ناپذیر است

۶

چون مماس است: $g'(3)=f'(3)\,,\ g(3)=f(3)$

$g(x)=-ax-5 \Rightarrow g(3)=-3a-5$

$g'(x)=-a \Rightarrow g'(3)=-a$

$\Rightarrow -a+(3a+5)=2 \Rightarrow 2a=-3 \Rightarrow a=-\dfrac{3}{2}$

۵

$(f\circ g(x))' = g'(x)\,(f'(g(x))) \Rightarrow (f\circ g)'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3-|x^3|}\cdot\left|\frac{1}{x^3-|x^3|}\right|}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\frac{-2}{-2x^3}}}$

$\Rightarrow f\circ g(x) = x$, $x<0$ $\Rightarrow (f\circ g)'(x) = 1 \Rightarrow (f\circ g)'(-\sqrt[3]{2}) = 1$

دامنه تابع $x<0$

۷

$g(\frac{3}{\sqrt{8}}) = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{8}-1}} = 2 \rightarrow$ داخل دامنه

$f\circ g(x) \Rightarrow (f\circ g)'(x) = f'(g(x))\times g'(x) = ...$

$(32x)\left((x^2-1)^{-\frac{1}{2}}\right)' = \left(-\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}\times 2x\right)(32x) =$

$\left(-\frac{1}{2}\times 16\times\frac{6}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{32\times 3}{\sqrt{8}}\right) = \frac{16\times 6\times 32}{8} = 64\times 6 = 384$

$(16x^2+1)' = 32x$

$\Rightarrow \frac{-384}{-128\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

۸

$f(3x+10) = f(3x)$

می‌دانیم اگر تابعی با دوره تناوب T مشتق‌پذیر باشد $f'(x+T) = f'(x)$ تابع مشتق آن نیز دوره تناوب T دارد

$\Rightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(-6) = \frac{3}{2} + 3\times\frac{3}{2} = 6$

۹

$\lim_{h\to 0}\frac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} = \frac{f(5-h)-2}{h}\left(\frac{f(5-h)-1}{5-h}\right) = \frac{2-1}{5}\times -f'(5)$

$f'(x) = 1(\sqrt[3]{x+3}) + \left(\frac{1}{3}(x+3)^{-\frac{2}{3}}(x-4)\right) \Rightarrow f'(5) = 2\times\left(2+\frac{1}{12}\right) = \frac{25}{6}$

$\Rightarrow \frac{1}{5}\times -\frac{25}{6} = -\frac{5}{6}$

۱۰

$6y = 3x+1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x+\frac{1}{6}$ خط عمود $y = -2x+b$, $g(x) = -2x+b$, $f(x) = x^2-4x+5$

$g'(x) = f'(x) \Rightarrow 2x-4 = -2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = g(1) \Rightarrow 1-4+5 = -2+b$

$\Rightarrow b = 4$