۱۷/۵

نام و نام خانوادگی امیرعلی بازرعی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱	$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1\end{cases}$ $\quad a+\lvert x\rvert$ جا $x=0$ مشتق ندارد پس حتما $x=1$ هم مشتق دارد هم پیوسته است. $a+1=b\ ,\ a+\lvert x\rvert \xrightarrow{x>0}$ مشتق $=1$ $f(x)=b\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow f'(x)=b\cdot\frac{2x}{3x\sqrt{x}}=1 \Rightarrow b=\frac{3}{2},\ a=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a+b=2}$ ۲
۲	$f'(1)\to \lvert 2x-4\rvert=-2x+4\cdot\ f'(x)=\frac{-2\sqrt[3]{x^2}+(2x-4)\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)}{x\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1)=\frac{-10}{3}$ $g(x)=\frac{\overset{-x+2}{\lvert x-2\rvert}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow g'(x)=\frac{f'g-fg'\frac{2}{3}}{1\ x\sqrt[3]{x}}=-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}-1-\sqrt{3}$ $\frac{f}{g}$ فرض می‌کنیم $\Rightarrow g'(1)=-2+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3} \longrightarrow 2g'(1)=-4-\sqrt{3}$ $f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}+4+\sqrt{3}$ ۱ (جواب در پایین صفحه)
۳	فرض می‌کنیم: $\lim_{x\to a^+}f(x)=f(a)=\lim_{x\to a^-}f(x)$ $f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a\end{cases}$ $\Rightarrow ab+c=\frac{1}{a}\Rightarrow a^2b+ac=1$ $f'_+(a)=f'_-(a)\Rightarrow\frac{-1}{a^2}=b\Rightarrow a^2b=-1$ $a^2b+ac-a^2b=1-(-1)$ از هم کم می‌کنیم $\Rightarrow \boxed{ac=2}$ ۲
۴	$f'_-(a)=0$ و $f'_+(a)=m(x-a)^{m-1} \Rightarrow \underset{m\geq 2}{\text{اگر}} \Rightarrow$ حاصل ۲ طرف برابر صفر می‌شود پس مشتق‌پذیر است و نقطه‌ی گوشه‌ای پیدا نمی‌شود. اگر $m=0 \to b\neq b+1 \longrightarrow$ تابع ناپیوسته می‌شود و نقطه‌ی گوشه‌ای تشکیل نمی‌دهد $(x-a)^0$ $m=1 \Rightarrow f'_+(a)=m\cancel{(x-a)^0}\longrightarrow (m=1)$ دارد جواب تنها ۲
۵	$g'(-\sqrt[3]{2})\cdot f'(g(-\sqrt[3]{2}))=f(g(x))'\Rightarrow\ ,\ f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}\Leftarrow -\sqrt[3]{2}$ با توجه به عدد $x<0$ $\Rightarrow f(g(x))=\frac{1}{\sqrt[3]{2g(x)}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}=x \qquad g(x)=\frac{1}{2x^3}$ $\Rightarrow f'(g(x))'=1$ ۲

$y = -ax - 5 \Rightarrow f(2) = -2a - 5,\ f'(2) = -a$ $f'(2) - f(2) = 2 \Rightarrow -a + 2a + 5 = 2 \Rightarrow a = \frac{-3}{2}$ $\Rightarrow f(2) = \frac{-1}{2}\ ,\ f'(2) = \frac{3}{2}$ $\frac{f(2)}{f'(2)} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{-1}{3}$	۲	۶
$f(x) = \left(x\left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)^2 + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + 1\ ,\ f'(x) = 2x$ $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \times g'(x) \Rightarrow 2g'(x)\cdot g(x)$ $g(2) = 2\ ,\ 4g'(2) = -32\sqrt{2}$ $\frac{2 \times 2 \times (-32\sqrt{2})}{-128\sqrt{2}} = 1$ (جواب در پایین صفحه)	-۰/۵	۷
$g(x) = f(x+1) + f(3x+10) \Rightarrow g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$ $\Rightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) \Rightarrow g'(-2) = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$ $f'(4) = f'(-1)$	۲	۸
$\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \rightarrow \frac{(f(5-h) - f(5))}{h} \cdot \frac{(f(5-h) - 1)}{(5-h)}$ $\rightarrow -f'(5) \times \frac{1}{5}$ حاصل $= \frac{-25}{12} \times \frac{1}{5}$ $f(5) = 2$ $f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)\cdot\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \Rightarrow f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$ حاصل $= \frac{-5}{12}$	۲	۹
$4y = 2x + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$; خط عمود $\Rightarrow \frac{1}{2} \times m = -1 \Rightarrow m = -2$ $y' = 2x - 4 \Rightarrow 2x - 4 = -2 \Rightarrow x = 1$ و $y = 1 - 4 + 5 = 2$ نقطه مورد نظر $= \|1,2$	۲	۱۰

سوال ۲۱

$$g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}\xrightarrow{x=1}\frac{(-x+2)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$g'(x)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)(1)-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(1+\sqrt{3})}{\sqrt[3]{x^4}}\rightarrow g'(1)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)-\frac{2}{3}(1+\sqrt{3})}{1}=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}-2\left(\frac{-5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

سوال ۷

$$y=f(g(x))\rightarrow y'=g'(x)f'(g(x))\xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{8}}}y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'\Big(\underbrace{g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)}_{2}\Big)\rightarrow y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2)$$

$$g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}=(x^2-1)^{-\frac{1}{3}}\rightarrow g'(x)=-\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}\times 2x=-\frac{2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$$

$$g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{-2}{3}\times\frac{3}{\sqrt{8}}\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}=\frac{-2}{\sqrt{8}}\times 2^4=-\frac{2^5\times\sqrt{2}}{2^2}=-2^3\sqrt{2}\rightarrow g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=-8\sqrt{2}$$

$$f(x)=16x^2+1\rightarrow f'(x)=32x\rightarrow f'(2)=64$$

$$y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2)=-8\sqrt{2}\times 64=4\times(-128\sqrt{2})\rightarrow$$ ۴ برابر