نام و نام خانوادگی امیرعلی بازرعی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

$a+|x|$

$x=0$ جا مشتق ندارد

پس در $x=1$ هم مشتق دارد و هم پیوسته است.

$a+1=b$, $a+|x| \xrightarrow{x>0}$ مشتق $=1$

$f(x)=b\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow f'(x)=b\cdot\frac{2x}{3x\sqrt{x}}=1 \Rightarrow b=\frac{3}{2}, a=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a+b=2}$

۲

$f'(1) \to |2x-4|=-2x+4 \cdot f'(x)=\frac{-2\sqrt[3]{x^2}+(2x-4)\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)}{x\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1)=\frac{-2}{3}$

$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow g'(x)=\frac{f'g-fg'\frac{2}{3}}{1\,x\sqrt[3]{x}}=-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}-1-\sqrt{3}$

$\frac{f}{g}$ فرض می‌کنیم

$\Rightarrow g'(1)=-2+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3} \longrightarrow 2g'(1)=-4-\sqrt{3}$

$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}+4+\sqrt{3}$

۳

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a \end{cases}$$

شرط پیوستگی: $\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a)=\lim_{x\to a^-} f(x)$

$\Rightarrow ab+c=\frac{1}{a} \Rightarrow a^2b+ac=1$

$f'_+(a)=f'_-(a) \Rightarrow \frac{-1}{a^2}=b \Rightarrow a^2b=-1$

انحراف کم می‌کنیم

$a^2b+ac-a^2b=1-(-1)$

$\Rightarrow ac=2$

۴

$f'_-(a)=0$ و $f'_+(a)=m(x-a)^{m-1} \Rightarrow$ اگر $m\geq 2$ $\Rightarrow$ حاصل ۲ طرف برابر صفر می‌شود پس مشتق‌پذیری گوشه‌ای پیدا می‌شود.

اگر $m=0 \to b\neq b+1 \longrightarrow$ تابع ناپیوسته می‌شود و نقطه‌ی گوشه‌ای تشکیل می‌دهد

$(x-a)^0$

$m=1 \Rightarrow f'_+(a)=m(\cancel{x-a})^{0} \to$ $(m=1)$ تنها یک جواب دارد

۵

$g'(-\sqrt[3]{2})\cdot f'(g(-\sqrt[3]{2}))=f(g(x))' \Rightarrow$, $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \Leftarrow -\sqrt[3]{2}$ با توجه به عدد $x<0$

$g(x)=\frac{1}{2x^3}$

$\Rightarrow f(g(x))=\frac{1}{\sqrt[3]{2g(x)}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}=x$

$\Rightarrow f(g(x))'=1$

Scanned with CamScanner

$y = -ax - 5 \rightarrow f(2) = -2a-5$, $f'(2) = -a$; $f'(a) - f(a) = 2$, $-a + 2a + 5 = 2 \Rightarrow a = \frac{-3}{2}$ $\Rightarrow f(2) = \frac{-1}{2}$, $f'(2) = \frac{3}{2}$ $\frac{f(2)}{f'(2)} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{-1}{3}$	۶
$f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{4}])^2 + 1 \Rightarrow f(x) = x^2+1$, $f'(x) = 2x$, $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \times g'(x) \rightarrow 2g'(x) \cdot g(x)$ $g(2) = 2$, $4g'(2) = -32\sqrt{2}$ $\frac{2 \times 2 \times (-32\sqrt{2})}{-128\sqrt{2}} = 1$	۷
$g(x) = f(x+1) + f(3x+10) \Rightarrow g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$ $\Rightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) \Rightarrow g'(-2) = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$ $f'(4) = f'(-1)$	۸
$\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \rightarrow \frac{(f(5-h) - \overset{f(5)}{2})(f(5-h)-1)}{h(5-h)}$ $\rightarrow -f'(5) \times \frac{1}{5}$; حاصل $= \frac{-25}{12} \times \frac{1}{5} \rightarrow \frac{-5}{12}$ $f(5) = 2$ $f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4) \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \Rightarrow f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$	۹
$4y = 2x + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \Rightarrow$ خط عمود $\Rightarrow \frac{1}{2} \times m = -1 \Rightarrow m = -2$ $y' = 2x - 4 \Rightarrow 2x - 4 = -2 \Rightarrow x = 1$ و $y = 1 - 4 + 5 = 2$ نقطه مورد نظر $= \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$	۱۰