نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ....

۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2}=a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\ge 1\end{cases} \quad \text{پیوستگی} \quad a+1=b \ (1)$$

مشتق پذیری $1=\frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{x=1} 1=\frac{2b}{3} \to b=\frac{3}{2} \to a=\frac{1}{2} \to a+b=2$

۲

$g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{(-x+2)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \to g'(1)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}})-\frac{2}{3}(1+\sqrt{3})}{1}=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$

۱

۲

$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \to f(1)=\frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(x)=\frac{-2(\sqrt[3]{x^2})-(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}})(-2x+4)}{\sqrt[3]{x^4}}$

$\Rightarrow f'(1)=\frac{-10}{3}$ (1) $\quad g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow g'(x)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})\sqrt[3]{x^2}-(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}})(-x+2+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow 2g'(1)=\frac{-3\sqrt{3}-14}{3}$

$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}+\frac{3\sqrt{3}+14}{3}=\frac{4+3\sqrt{3}}{3}=\frac{4}{3}+\sqrt{3}$

$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}-2(\frac{-5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6})=\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\ge a\end{cases} \xrightarrow{\text{پیوستگی}} ab+c=\frac{1}{a} \Rightarrow a^2b+ac=1 \ (1)$$

مشتق پذیری $b=\frac{-1}{a^2} \Rightarrow a^2b=-1 \ (2) \xrightarrow{1,2} ac=2$

۲

۴

(a,b)

پس تنها جواب برای $\boxed{m=1}$ است

$$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\ge a\end{cases} \qquad f'(x)=\begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x>a\end{cases}$$

تابع f در نقطه $x=a$ می‌تواند نقطه‌ی گوشه‌ای داشته باشد، پس مشتق چپ و راست آن باید نابرابر شود.

$f'_-(a)=0$

$f'_+(a)\neq 0$

۱) اگر $m>1$ مشتق راست تابع f برابر صفر و تابع نقطه گوشه‌ای ندارد

۲) اگر $m=1$ $\boxed{f'_+(a)=m}$ و تابع f در نقطه $x=a$ نقطه گوشه‌ای دارد.

۳) اگر $m<0$ آنگاه $f'_+(a)$ ... پس تابع f نقطه‌ی گوشه‌ای ندارد

۲

۵

$g'(x)f'(g(x))=(f\circ g(x))' \to \sqrt{2}, \quad f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$

$g(x)=\frac{1}{2x^3} \to f\circ g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2(\frac{1}{2x^3})}}=x$

$(f\circ g)'(x)=1 \to (f\circ g(-\sqrt{2}))'=1$

۲

$y = -۹x - ۵$ $\qquad f'(۳) = -۹$ $\qquad -۹ + ۳a + ۵ = ۲ \rightsquigarrow ۳a = -۳ \rightsquigarrow \boxed{a = -\frac{۳}{۲}}$

$f(۳) = -۳a - ۵$

$y = \frac{۳}{۲}x - ۵$ $f'(۳) = \frac{۳}{۲}$ $f(۳) = -\frac{۱}{۲} \rightsquigarrow \frac{f(۳)}{f'(۳)} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = \boxed{-\frac{۱}{۳}}$ ۲	۶
$f(x) = \left(x\left[x^۲ + \frac{۱}{۲}\right]\right)^۲ + ۱ \to f(x) = x^۲ + ۱ \to f'(x) = ۲x$ $g(x) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲ - ۱}} \to g'(x) = \frac{\frac{-۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}}}{\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}} \xrightarrow{x = \frac{۳}{\sqrt{۸}}} \frac{\frac{\frac{-۶}{\sqrt{۸}}}{\frac{۳}{۴}}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{-\sqrt{۸}}{\frac{۱}{۴}} = -۴\sqrt{۸} = -۸\sqrt{۲}$ $(f \circ g)'(x) \to g'(x)\,f'(g(x)) \Rightarrow (-۸\sqrt{۲})\,f'(۲) = (-۸\sqrt{۲})\,۶۴ = \frac{-۱۲۸\sqrt{۲}\;x۴}{-۱۲۸\sqrt{۲}} =$ ۴ $g\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = ۲ \qquad f(۲) = ۱۶x^۲ + ۱ \Rightarrow f'(۲) = ۳۲x = ۶۴$ ۲	
$g'(x) = f'(x+۱) + ۳f'(۳x+۱۰) \xrightarrow{x = -۲} g'(-۲) = \underbrace{f'(-۱)}_{\frac{۳}{۲}} + ۳\underbrace{f'(۴)}_{\frac{۹}{۲}} = \frac{۱۲}{۲} = ۶$ $\xRightarrow{\text{فرض}} f'(-۱) = f'(۴) = \frac{۳}{۲}$ ۲	۸
$\lim\limits_{h \to ۰} \frac{f^۲(۵-h) - ۲f(۵-h) + ۲}{-h^۲ + ۵h} \xRightarrow{\text{Hop}} \frac{-۲f(۵-h)\,f'(۵-h) + ۲f'(۵-h)}{-۲h + ۵}$ $\xRightarrow{h=۰} \frac{-۲f(۵)\,f'(۵) + ۲f'(۵)}{۵} = ?$ $\qquad f(۵) = ۲$ $f'(۵) = \sqrt[۳]{x+۳} + \left(\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}}\right)(x-۴)$ $f'(۵) = ۲ + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۲۵}{۱۲}$ جایگذاری نشد $\boxed{\frac{-۵}{۱۲}}$ ۲	۹
$y = x^۲ - ۴x + ۵ \Rightarrow y' = ۲x - ۴ = -۲ \to ۲x = ۲ \to \boxed{x = ۱} \rightsquigarrow \boxed{y = ۲} \to A\begin{vmatrix} ۱ \\ ۲ \end{vmatrix}$ $y' = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۶} \xrightarrow[\text{عمود}]{\text{شیب خط}} \boxed{-۲}$ ۲	۱۰