نام و نام خانوادگی ......آرین نجف زاده گران...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ....دوازدهم ریاضی A.......

۱	$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} = a + \lvert x \rvert & x < 1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$ پیوستگی $a + 1 = b$ (1) مشتق پذیری $1 = \dfrac{2b}{3\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{x=1} 1 = \dfrac{2b}{3} \to b = \dfrac{3}{2} \to a = \dfrac{1}{2} \to a + b = 2$
۲	$f(x) = \dfrac{2x-4}{\sqrt[3]{x^2}} \to f'(x) = \dfrac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{-2(\sqrt[3]{x^2}) - (\frac{2}{3\sqrt[3]{x}})(-2x+4)}{\sqrt[3]{x^4}}$ $\Rightarrow f'(1) = \dfrac{-10}{3}$ (1) $\quad g(x) = \dfrac{(x-2) + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \dfrac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ $\Rightarrow g'(x) = \dfrac{(-1 + \frac{3}{2\sqrt{3x}})\sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(-x+2+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow 2g'(1) = \dfrac{-3\sqrt{3} - 14}{3}$ $f'(1) - 2g'(1) = \dfrac{-10}{3} + \dfrac{3\sqrt{3} + 14}{3} = \dfrac{4 + 3\sqrt{3}}{3} = \dfrac{4}{3} + \sqrt{3}$
۳	$f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \dfrac{1}{x} & x \geq a \end{cases} \xrightarrow{\text{پیوستگی}} ab + c = \dfrac{1}{a} \Rightarrow a^2 b + ac = 1$ (1) مشتق پذیری $b = \dfrac{-1}{a^2} \Rightarrow a^2 b = -1$ (2) $\xrightarrow{(1),(2)} ac = 2$
۴	پس تنها جواب برای $\boxed{m=1}$ است (a,b) $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x > a \end{cases}$ تابع f در نقطه $x=a$ می تواند نقطه ی گوشه ای داشته باشد. پس مشتق چپ و راست آن نباید برابر شود. $f'_-(a) = 0$ ، $f'_+(a) \neq 0$ (1) اگر $m > 1$ مشتق راست تابع f برابر صفر و تابع نقطه گوشه ای ندارد (2) اگر $m = 1$ $f'_+(a) = 1$ و تابع f در نقطه $x=a$ نقطه گوشه ای دارد. (3) اگر $m < 1$ آنگاه $f'_+(a) = +\infty$ پس تابع f نقطه ی گوشه ای ندارد
۵	$g'(x) f'(g(x)) = (f \circ g(x))' = -\sqrt{2}, \quad f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x - \lvert x \rvert}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2x}}$ $g(x) = \dfrac{1}{2x^3} \to f \circ g(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2(\frac{1}{2x^3})}} = x$ $(f \circ g)'(x) = 1 \to (f \circ g(-\sqrt[3]{2}))' = 1$

$y = -9x - 5$ $\quad f'(3) = -9$ $\quad -a + 3a + 5 = 2 \sim 2a = -3 \to a = -\frac{3}{2}$

$f(3) = 3a - 5$

$y = \frac{3}{2}x - 5$

$f'(3) = \frac{3}{2}$

$f(3) = -\frac{1}{2} \sim \frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = -\frac{1}{3}$ ۶

$h(x) = \left(x\left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)' + 1 \to h(x) = x^2 + 1 \to h'(x) = 2x$

$g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}} \to g'(x) = \frac{\frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} \xrightarrow{x = \frac{3}{\sqrt{8}}} \frac{\frac{\frac{-6}{\sqrt{8}}}{\frac{3}{4}}}{\frac{1}{4}} = \frac{-\sqrt{8}}{\frac{1}{4}} = -4\sqrt{8} = -8\sqrt{2}$

$(h \circ g)'(2) \to g'(x)\,h'(g(x)) \Rightarrow (-8\sqrt{2})\,h'(2) = (-8\sqrt{2})(64) = \frac{-128\sqrt{2}\times 64}{-128\sqrt{2}} = 64$

$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = 2 \qquad h'(2) = 16x^2 + 1 \Rightarrow h'(2) = 32x = 64$

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \xrightarrow{x=-2} g'(-2) = \underbrace{f'(-1)}_{\frac{3}{2}} + \underbrace{3f'(4)}_{+\frac{9}{2}} = \frac{12}{2} = 6$

$\xRightarrow{\text{فرض}} f'(-1) = f'(4) = \frac{3}{2}$ ۸

$$\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 4f(5-h) + 2}{-h^2 + 5h} \xRightarrow{\text{hop}} \frac{-2f(5-h)f'(5-h) + 4f'(5-h)}{-2h + 5}$$ ۹

$\xrightarrow{h=0} \frac{-2f(5)f'(5) + 4f'(5)}{5} = ?$ $\quad f(5) = 3$

$f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}\right)(x-4)$

$f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

جایگذاری شود $\boxed{-\frac{5}{12}}$

۲

$y = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow y' = 2x - 4 = -2 \to 2x = 2 \to x = 1 \to y = 2 \to A\begin{vmatrix}1\\2\end{vmatrix}$

$y' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \xrightarrow[\text{عمود}]{\text{شرط}} \boxed{-2}$ $\quad . - ۱۲ـ ۲$ ۱۰