نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ..دوازدهم A...... ۱۶/۲۵

تابع در $x=0$ در $a+|x|=a+\sqrt{x^2}$ مشتق ناپذیر است پس باید در نقطه $x=1$ مشتق پذیر باشد. ۱/۷۵ $\lim_{x\to 1^-} f(x)=1+a$, $\lim_{x\to 1^+} f(x)=b=f(1)$ $\xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} 1+a=b$ $f'_-(1)=1$, $f'_+(1)=\frac{2b}{3}$ $\longrightarrow \frac{2b}{3}=1 \Rightarrow b=\frac{3}{2} \Rightarrow a=\frac{1}{2}$ ✓ $a+b=2$	۱
$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow g'(x)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})\sqrt[3]{x^2}-(2-x+\sqrt{3x})\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{x^4}}$ ۰ $f(x)=\frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-2(\sqrt[3]{x^2})-(4-2x)(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}})}{\sqrt[3]{x^4}}$ (جواب در پایین صفحه)	۲
پیوستگی: $ba+c=\frac{1}{a}$ $f(a)=\lim_{x\to a^-} f=\lim_{x\to a^+} f$ مشتق پذیری $f'_+(a)=f'_-(a)$ $\Rightarrow -\frac{1}{a^2}=b \longrightarrow ba+c=\frac{1}{a}=a(-\frac{1}{a^2})+c=\frac{1}{a}$ $\longrightarrow c=\frac{2}{a} \Rightarrow ca=2$ ✓ ۲	۳
$f'_-(a)=0$ ۱/۵ $f'(a)_{x\geq a}=m(x-a)^{m-1} \longrightarrow m=1$ یا ~~$m=0$~~ $m=0 \to f'_-(a)=f'_+(a)$ × غلط $m=1 \to \begin{cases} f'_-(a)=0 \\ f'_+(a)=1 \end{cases} \to f'_-(a)\neq f'_+(a)$	۴
$(f\circ g)'=g'\times f'(g)$ ۱ $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2+x^2}+\frac{1}{x^2+x^2}}}=x=2$ ✓ (۱) ۲	۵

۶

$f'(۳) - f(۳) = ۲ \quad -a - ۱ - ۵ - ۳a) = ۲$

$f'(۳) = -a \quad \Rightarrow ۲a = -\frac{۳}{۲} \longrightarrow f'(۳) = \frac{۳}{۲}$

$f(۳) = -\frac{۱}{۲}$

$\frac{f}{f'} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = \boxed{-\frac{۱}{۳}}$ ✓ ②

۷

$g'(۱) = f'(g(۱)) \times g'(۱) \quad g(\frac{۳}{\sqrt{۱۵}}) = ۲$ ✓ ①

$g'(\frac{۳}{\sqrt{۱۵}}) = f'(۲) \times \frac{-۱}{۴\sqrt{۱۵}} = -۶ \times ۲ \times ۲ \times \frac{-۱}{۴\sqrt{۱۵}} = \frac{۲\sqrt{۱۵}}{۲^۷} = \frac{۳\sqrt{۱۵}}{۴۰}$

$g' = (x^۲ - ۱)^{-\frac{۱}{۴}} = -\frac{۱}{۴}(۲x)(x^۲-۱)^{-\frac{۵}{۴}}$

$f' = (۳x+۱)(۴x+۲) = ۱۲x^۲ + ۱۰x + ۲$

$\frac{۲\sqrt{۱۵}}{۲^۷} \times ۲^۷ = \frac{۳\sqrt{۱۵}}{۴۰}$ ✓ ③ (جواب در پایین صفحه)

۸

$g' = f'(x+۱) + ۲f'(۱+x)$

$g'(-۲) = f'(-۱) + ۲f'(۱) = ۲ \times ۲ = ۴$ ✓

$f'(x) = f'(x+۲)$

$f'(-۱) = f'(۱) = \frac{۳}{۲}$ ② ✓

۹

$\lim_{h \to ۰} \frac{۲ \times (-۱) \times f'(a-h) f(a-h) + ۲ f'(a-h) f(a-h)}{۲h} \overset{\text{Hop}}{=} \frac{-۲f'(a)f(a) + ۲f'(a)f(a)}{a} = \frac{-۲ \times \frac{۳}{۱۲} \times ۲ + ۲ \times \frac{۳}{۱۲} \times ۲}{۵} = \frac{۰}{۱۲}$

$f' = \sqrt[۳]{x+۲^۳ + ۲} + (x-۱) \times \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۲)^۲}}$

$f = (x-۱)\sqrt[۳]{x+۲} \xrightarrow{x=۵} f(۵) = ۲$ ✓

$f(x) = (x-۱)^۳\sqrt{x+۲} \longrightarrow f'(x) = \sqrt[۳]{x+۲^۳} + (x-۱) \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۲)^۲}} \longrightarrow f'(۵) = ۲ + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۲۵}{۱۲}$ ①

۱۰

$۲y = x + ۳ \longrightarrow m = \frac{۱}{۲} = m_۱$

$m_۱ m_۲ = -۱ \longrightarrow m_۲ = -۲$

$f' = ۳x^۲ - ۶x \longrightarrow f' = -۲ \rightarrow ۳x^۲ - ۶x = -۲ \rightarrow \begin{matrix} x = ۱ \\ y = ۲ \end{matrix}$ ✓ ②

سوال ۲

$$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(x)=\left(\frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'=\frac{-2(1)-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(2)}{\sqrt[3]{x^4}} \longrightarrow f'(1)=\frac{-2(1)-\frac{2}{3}(2)}{1}=\frac{-10}{3}$$

$$g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{(-x+2)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$g'(x)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)(1)-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(1+\sqrt{3})}{\sqrt[3]{x^4}} \longrightarrow g'(1)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)-\frac{2}{3}(1+\sqrt{3})}{1}=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}-2\left(\frac{-5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

سوال ۷

$$y=f(g(x)) \longrightarrow y'=g'(x)f'(g(x)) \xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{8}}} y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'\Big(\underbrace{g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)}_{2}\Big) \longrightarrow y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2)$$

$$g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}=(x^2-1)^{-\frac{1}{3}} \longrightarrow g'(x)=-\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}\times 2x=\frac{-2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$$

$$g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{-2}{3}\times\frac{3}{\sqrt{8}}\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}=\frac{-2}{\sqrt{8}}\times 2^4=-\frac{2^5\times\sqrt{2}}{2^2}=-2^3\sqrt{2} \longrightarrow g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=-8\sqrt{2}$$

$$f(x)=16x^2+1 \longrightarrow f'(x)=32x \longrightarrow f'(2)=64$$

$$y'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'(2)=-8\sqrt{2}\times 64=4\times(-128\sqrt{2}) \longrightarrow$$ ۴ برابر