علیرضا آقایی : ۱۸٫۲۵

$|x| \longrightarrow$ ریشه ساده قدر مطلق مشتق ناپذیر است

$\boxed{x=0}$ پس نقطه مشتق ناپذیر سوال آینده ✓

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & ; x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & ; x\geq 1 \end{cases}$$

۱) پس باید در $x=1$ هم پیوسته هم مشتق پذیری را چک کنیم ✓

پیوستگی ← $a+1=b \xrightarrow{I} a=\frac{1}{2}$ II

مشتق پذیری ←

$a+|x| \rightarrow (x<1) \xrightarrow{x\geq 0} a+x \xrightarrow{'} 1$

$b\sqrt[3]{x^2} \xrightarrow{'} \frac{2\cancel{x}\times b}{3x\sqrt[3]{x}} = \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{2b}{3} \Rightarrow 1=\frac{2b}{3} \rightarrow b=\frac{3}{2}$ I

$\xrightarrow{I, II} a+b=2$ ✓

۲

۲) $f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow[(x=1)]{2x-4<0} \frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{'} -2\sqrt[3]{x^2} - \frac{2x(-2x+4)}{3x\sqrt[3]{x}} = -2\sqrt[3]{x^2} - \frac{-4x+8}{3\sqrt[3]{x}}$

$\longrightarrow \frac{\cancel{-6x+4x-8}}{3\sqrt[3]{x}}$ ($-2x-8$) $\xrightarrow{x=1} -\frac{10}{3}$

۲

$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{'} \frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)\sqrt[3]{x^2} - \left(\frac{2\cancel{x}}{3\cancel{x}\sqrt[3]{x}}\right)\left(2-x+\sqrt{3x}\right)}{x\sqrt[3]{x}}$

$\xrightarrow{x=1} \frac{\left(\frac{3}{2\sqrt{3}}-1\right)(1) - \left(\frac{2}{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}{1} = \frac{3-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{2+2\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}-6}{6} - \frac{4+4\sqrt{3}}{6}$

$\rightarrow \frac{-10-\sqrt{3}}{6}$

$f'(1)-2g'(1) \rightarrow -\frac{10}{3} - \left(2\times\frac{-10-\sqrt{3}}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓

۳) $f(x)=\begin{cases} bx+c & ; x<a \\ \frac{1}{x} & ; x\geq a \end{cases}$

چون $\frac{1}{x}$ در صفر مشتق ناپذیر است پس حتما می فهمیم $a>0$ چون نباید $\left(\frac{1}{x}\right)$ صفر را شامل شود (ت)

* در $x=a$ پیوسته و مشتق پذیر

۲

پیوستگی ← $ab+c=\frac{1}{a} \rightarrow a^2b+ac=1$

مشتق ← $b=-\frac{1}{a^2} \rightarrow ba^2=-1$

$\boxed{ac=2}$ ✓ ← $ac-1=1$

۴) $f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases} \rightarrow$ باید مشتق چپ و راست متفاوت باشد ✓

مشتق چپ = ⓪

مشتق راست ← $1=m\times 1\times (x-a)^{m-1} \xrightarrow{x=a} 0=m\times 1\times (a-a)^{m-1}$

به ازای همه عددی بجز $m=1$ عبارت $(a-a)^{m-1}$ می شود صفر و در صورت نمیاد الا $\boxed{m=1}$

باید شیب می شود ① و در راست ← $m>1$ ← شیب = 0

$m=1$ ← شیب = 1 ✓ فقط $\boxed{m=1}$ درست!

۲

۵

ساده‌تر $\to (fog)'(-\sqrt[3]{2}) \to fog(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^2-|x|^3}-\left|\dfrac{1}{x^2-|x|^3}\right|}} \to fog(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{\dfrac{2}{\underbrace{x^3-|x|^3}_{\text{منفی}}}}}$

برازای $-\sqrt[3]{2}$ ، x منفی است

$\to fog(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{\dfrac{\cancel{2}}{\cancel{2}x^3}}}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{x}}=x \xrightarrow{\prime} 1 \to$ جواب ۱

۲

۶

در نقطه تماس $f'(a)=g'(a)\ /\ f(a)=g(a)$

$y=-ax-5 \xrightarrow{x=3} -3a-5$

$y' \xrightarrow{x=3} -a$ درخط مماس ثابت است

$\to -a-(-3a-5)=2 \to 2a+\cancel{5}=\cancel{2}-3 \to \boxed{a=-1.5}$

۲

$f(3)\to -0.5$

$f'(3)\to 1.5$

$\to \dfrac{f(3)}{f'(3)}=-\dfrac{1}{3}$

۷

$fog(x)\to\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}\left[\overbrace{\dfrac{1}{\sqrt[3]{\underbrace{(x^2-1)^2}_{\frac{1}{4}}}}+\dfrac{1}{2}}^{4.5}\right]\right)^2+1 \to \left(\dfrac{4}{\sqrt[3]{(x^2-1)^{*}}}\right)^2+1$

$x=\dfrac{3}{\sqrt{8}}$

0.5

(جواب پایین صفحه)

$\xrightarrow{\prime} 2\times\dfrac{\overset{-8x}{\cancel{-24x}}}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}\times\dfrac{4}{\sqrt[3]{x^2-1}}=\dfrac{-64x}{3(x^2-1)}\xrightarrow[x=\frac{3}{\sqrt{8}}]{\frac{3\sqrt{2}}{4}}\dfrac{-48\sqrt{2}}{\frac{3}{8}}$

$\to \overset{-16}{\cancel{-48}}\times\dfrac{8}{\cancel{3}}\times\sqrt{2}\to -108\sqrt{2}$ خواسته سوال $\to \dfrac{\cancel{-}108\sqrt{\cancel{2}}}{\cancel{-}128\sqrt{\cancel{2}}}=\dfrac{27}{32}$

۸

مشتق ۲ طرف $g'(x)=f'(x+1)+3f'(3x+10)\xrightarrow{x=-2} g'(-2)=f'(-1)+3\underbrace{f'(+4)}\to 4f'(-1)=6$

$\dfrac{3}{2}$

چون $T=5$ است f در (-1) و (4) و (9) و ...

همگی برابر است $f'(4)=f'(-1)$ ☺

۲

۹

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f^2(5-h)-3f(5-h)+2}{h(5-h)}\xrightarrow{h=0}\dfrac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}\dfrac{-2f'(5-h)\cancel{f(5-h)}+3f'(5-h)}{-2h+5}$

$\to -\dfrac{f'(5-h)}{-2h+5}\to -\dfrac{f'(5)}{5}\quad f'(x)=\sqrt[3]{x+3}+\dfrac{x-4}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}\xrightarrow{x=5}2+\dfrac{1}{12}\quad -\dfrac{\frac{25}{12}}{5}=-\dfrac{5}{12}$

۲

۱۰

$4y-2x=1\to 4y=2x+1\to y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\to m=\frac{1}{2}\xrightarrow{\text{عمود}} m\times m'=-1\to$ شیب دیگر $=-2$

1.75

$y=x^2-4x+5\xrightarrow{\prime}2x-4=-2\to \boxed{x=1}$ $y=1$

Scanned with CamScanner

$y=f(g(x)) \longrightarrow y'=g'(x)f'(g(x)) \xrightarrow{x=\frac{۳}{\sqrt{۸}}} y'=g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)f'\left(\underbrace{g\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)}_{۲}\right) \longrightarrow y'=g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)f'(۲)$ سوال ۷

$g(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^{۲}-۱}}=(x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۳}} \longrightarrow g'(x)=-\frac{۱}{۳}(x^{۲}-۱)^{-\frac{۴}{۳}}\times ۲x=-\frac{۲}{۳}x(x^{۲}-۱)^{-\frac{۴}{۳}}$

$g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)=\frac{-۲}{۳}\times\frac{۳}{\sqrt{۸}}\left(\frac{۱}{۸}\right)^{-\frac{۴}{۳}}=\frac{-۲}{\sqrt{۸}}\times ۲^{۴}=-\frac{۲^{۵}\times\sqrt{۲}}{۲^{۲}}=-۲^{۳}\sqrt{۲} \longrightarrow g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)=-۸\sqrt{۲}$

$f(x)=۱۶x^{۲}+۱ \longrightarrow f'(x)=۳۲x \longrightarrow f'(۲)=۶۴$

$y'=g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)f'(۲)=-۸\sqrt{۲}\times ۶۴=۴\times(-۱۲۸\sqrt{۲}) \longrightarrow$ ۴ برابر