نام و نام خانوادگی ...بردیا پایانی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۲.. کلاس ...جواد دهم بهمن ۸...

۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

چون پیوسته است یعنی مقدار دو طرف با هم برابر است

$a+1=b$

$a-b=-1$

تابع در $x=0$ تغییر می‌کند و این همان نقطه مشتق ناپذیری است

$$f(x)=\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

$\rightarrow b=\frac{3}{2} \rightarrow a=\frac{1}{2}$ ②

$$f(x)\begin{cases} a-x & x\leq 0 \\ a+x & 0\leq x\leq 1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases} \longrightarrow f'(x)=\begin{cases} -1 & x\leq 0 \\ 1 & 0\leq x\leq 1 \\ \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} & x\geq 1 \end{cases}$$

$f'(1)=1=\frac{2b}{3}$

$\rightarrow b=\frac{3}{2}$ ①

① , ② $\rightarrow a+b=2$

۲

$$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow f'(x)=\frac{-2\times(\sqrt[3]{x^2})-(4-2x)(\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}})}{(\sqrt[3]{x^2})^2} \xrightarrow{x=1} f'(1)=\frac{-2-\frac{4}{3}}{1}=\frac{-10}{3}$$

چون ۲>۱ عبارت منفی است

$$f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}+\frac{10+\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$g(x)=\frac{\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{(2-x)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow g'(x)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})(\sqrt[3]{x^2})-(2-x+\sqrt{3x})(\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}})}{(\sqrt[3]{x^2})^2}$$

$$\rightarrow g'(1)=-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}-\frac{2}{3}\times(1+\sqrt{3})$$

۳

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a \end{cases}$$

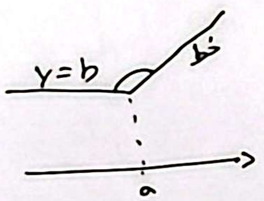
چون همواره مشتق پذیر است پس در a باید هم مقدار و هم مشتق برابر باشد

$x=a \rightarrow ab+c=\frac{1}{a}$ ①

مشتق $\rightarrow b=\frac{-1}{x^2} \Rightarrow b=-\frac{1}{a^2}$ ②

$$①,② \rightarrow -\frac{1}{a}+c=\frac{1}{a} \rightarrow \frac{2}{a}=c \rightarrow ac=2$$

۴



$$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases}$$

$m=1$

اگر $m>1$ باشد مشتق راست هم صفر می‌شود و دیگر نقطه گوشه نداریم.

اگر $m=0$ آنگاه هم نقطه گوشه نداریم.

$$f'(x)=\begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x>a \end{cases}$$

اگر $m<0$ تابع در $x=a$ ناپیوسته می‌شود.

فقط به ازای $m=1$ تابع نقطه گوشه دارد.

۵

$$g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))=(fog(-\sqrt[3]{2}))' \longrightarrow x=-\sqrt[3]{2} \rightarrow f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$$

$$fog(x)=f(\frac{1}{2x^3})=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}=x \rightarrow (fog)'=(x)'=1 \qquad g(x)=\frac{1}{2x^3}$$

مشتق ۱ می‌شود

$$g'(1)=-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}-\frac{2}{3}-\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{-2}{\sqrt{3}}}=-1-\frac{2}{3}+\frac{3}{2\sqrt{3}}-\frac{4}{2\sqrt{3}}=-\frac{5}{3}-\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{-10-\sqrt{3}}{6}=-\frac{(10+\sqrt{3})}{6}$$

۶

$f(3) = -3a - 5 \,,\; f'(3) = a \xrightarrow[f'(3)-f(3)=2]{} -a + 3a + 5 = 2 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$

$f(3) = -3 \times -\frac{3}{2} - 5 = -\frac{1}{2} \longrightarrow \dfrac{f(3)}{f'(3)} = \dfrac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \boxed{-\frac{1}{3}}$

$f'(3) = \frac{3}{2}$

۷

$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\frac{9}{8}-1}} = 2 \rightarrow fog'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) \times f'(2)$ $\qquad (fog(x))' = g'(x) \times f'(g(x))$

$g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{3}} \rightarrow g'(x) = -\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}} \times 2x = \dfrac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}} \rightarrow g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = -8\sqrt{2}$

$f(x) = (4x)^2 + 1 \rightarrow f'(x) = 32x \rightarrow f'(2) = 64$

$\Rightarrow fog'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = -8\sqrt{2} \times 64 = -128\sqrt{2} \times 4 \longrightarrow \dfrac{-128\sqrt{2} \times 4}{-128\sqrt{2}} = 4$

۴ برابر است.

۸

$g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$

$g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4)$

$g'(-2) = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = \frac{12}{2} = \boxed{6}$

(وقتی دوره تناوب پنج است یعنی

$f(-1) = f(4)$

$f'(-1) = f'(+4) = \frac{3}{2}$

۹

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(f(5-h))^2 - 3f(5-h) + 2}{5h - h^2} \overset{\frac{0}{0}}{\underset{hop}{=}} \dfrac{2(-f'(5-h))f(5-h) + 3f'(5-h)}{5-2h}$

$\overset{h=0}{=} \dfrac{-2f'(5)f(5) + 3f'(5)}{5} = -\dfrac{f'(5)}{5} = -\dfrac{\frac{25}{12}}{\frac{5}{1}} = \boxed{-\frac{5}{12}}$

$f(5) = 2$

$f'(x) = 1 \times \sqrt[3]{x+3} + (x-4) \times \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \rightarrow f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

۱۰

$6y = 3x + 1 \longrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6} \longrightarrow m = \frac{1}{2} \longrightarrow m' = -2$

در تابع $y = x^2 - 4x + 5$ باید نقطه ای را پیدا کنیم که شیب خط مماس در آن ۲- باشد

$y' = 2x - 4 = -2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$

$y = x^2 - 4x + 5 \xrightarrow{x=1} y = 1 - 4 + 5 = 2 \longrightarrow$ نقطه $\boxed{(1,2)}$