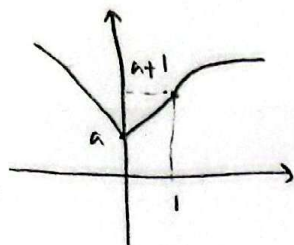


۱-

از لحاظ پیوستگی تابع‌ها در همی نقاط پیوسته هستند آنگاه باید در $x=1$ بررسی شود:

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & ; x < 1 \\ b \sqrt[3]{x} & ; x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \rightarrow a + 1 = b \rightarrow a - b = -1$$



- یا توجه به نمودار واضح است تا به $x=0$ مشتق ناپذیر در نتیجه باید در $x=1$ مشتق پذیر باشد (طبق فرض)

$$\Rightarrow f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow 1 = \frac{2b}{3\sqrt[3]{1}} \rightarrow b = \frac{3}{2} \text{ و } a = \frac{1}{2}$$

$$a + b = 2$$

۲-

مشتق در خطی (۱) در نتیجه

$$f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{\text{مشتق در خطی (۱) در نتیجه}} f(x) = \frac{2-2x}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{\text{①}} g(x) = \frac{2-x + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\rightarrow f'(1) - 2g'(1) = [f(x) - 2g(x)]' ; x=1 \Rightarrow \frac{2-2x - (2-x + \sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2-2x - (2-x + \sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^2}} \right)' = \frac{-\frac{3}{\sqrt{3x}} \times \sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \times 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} -\sqrt{3} + \frac{4}{3}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۳-

شرط مشتق پذیری، پیوستگی بوده و ... ①

$$\text{①} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \rightarrow ba + c = \frac{1}{a} \text{ ②}$$

$$\frac{1}{a} + c = \frac{1}{a} \rightarrow c = \frac{2}{a} \rightarrow ac = 2$$

جواب سوال

$$\text{⑤} \Rightarrow f'_+(a) = f'_-(a) \Rightarrow \frac{-1}{a^2} = b \text{ ③}$$

$$f(x) = \begin{cases} b & ; x < a \\ b + (x-a)^m & ; x \geq a \end{cases} \xrightarrow{(1)'} f'(x) = \begin{cases} 0 & ; x < a \\ m(x-a)^{m-1} & ; x \geq a \end{cases}$$

- می دانیم اگر $m > 1$ باشد مشتق تابع در نقطه a ، صفر می شود [باتوجه به ضابطه مشتق]

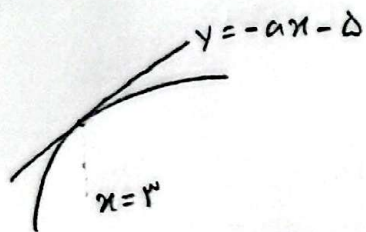
$$\Rightarrow m=1 \leftarrow \text{نقطه}$$

نقطه (a, b) را نقطه شکستگی می گویند.

$$g'(x) f'(g(x)) = (f \circ g(x))', \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x - |x|}}, \quad g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$$

$$f \circ g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3 - |x^3|} - \left| \frac{1}{x^3 - |x^3|} \right|}} \xrightarrow[\substack{\text{مشتق} \\ (-\sqrt[3]{2})}]{\substack{x < 0 \\ \text{است}}} f \circ g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3} + \frac{1}{2x^3}}} = x$$

$$\xrightarrow{(1)'} (f \circ g(x))' = x' = 1$$



$$f'(r) = -a$$

$$f(r) = -r^3 a - \Delta$$

$$\rightarrow f'(r) - f(r) = r \rightarrow a = -\frac{r}{r}$$

$$\rightarrow y = \frac{r}{r} x - \Delta \quad \begin{cases} f(r) = \frac{1}{r} - \Delta = -\frac{1}{r} \\ f'(r) = \frac{r}{r} \end{cases}$$

$$\frac{f(r)}{f'(r)} = \frac{-\frac{1}{r}}{\frac{r}{r}} = -\frac{1}{r}$$

$$(f \circ g(x))' = f'(g(x)) + g'(x) \quad \textcircled{B}$$

$$f'(x) = 2(x[x^2+1]^2) \times ([x^2+1] + 0) \xrightarrow{x=2} f'(g(x)) = 16 \times 2 = 32$$

$$g'(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2-1}} \xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{2}}} g'\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}$$

$$g\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = 2 \quad \textcircled{A}$$

$$\textcircled{A} (f \circ g(x))' = 32 \times \sqrt{2} \rightarrow \text{خوابی مسئله} : \frac{32\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}} = -\frac{2 \times 32}{128} = -1$$

وقتی می گوید تابع یا درجه تناوب Δ تکراری شود یعنی $f'(x) = f'(x+\Delta)$ و یا حتی مقدار $f(x) = f(x+\Delta)$

$$g(x) = f(x+1) + f(3x+1) \xrightarrow{x=-2} g(-2) = f(-1) + f(-5) \xrightarrow{1)} g'(-2) = f'(-1) + f'(-5)$$

$$\xrightarrow{f(-1)=f'(-1)} g'(-2) = 2 \times \frac{3}{2} = 3 \rightarrow g'(-2) = 3$$

$$f(x) = (x-1)\sqrt[3]{x+2} \xrightarrow{x=\Delta} f(\Delta) = 1 \quad \textcircled{A}$$

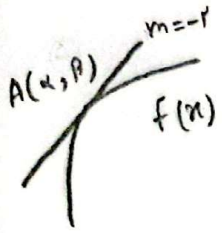
$$\therefore \frac{(f(\Delta-h)-1)(f(\Delta-h)-2)}{h(\Delta-h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\Delta-h)-2}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\Delta-h)-1}{\Delta-h} \quad \textcircled{A}$$

$$f'(\Delta) \times \frac{1}{\Delta} \quad \textcircled{A} \quad \frac{2\Delta}{12} \times \frac{1}{\Delta} = \frac{2}{12} \quad \text{جواب}$$

$$f'(x) = \sqrt[3]{x+2} + \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2}} \times (x-1) \xrightarrow{x=\Delta} 2 + \frac{1}{12} = \frac{2\Delta}{12} \rightarrow f'(\Delta) = \frac{2\Delta}{12} \quad \textcircled{B}$$

$$4y - 3x = 1 \rightarrow 4y = 3x + 1 \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \rightarrow m = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{نقطة على}} m \cdot m' = -1 \quad -10$$

$$\rightarrow m' = -4$$



$$f(x) = x^2 - f(x) + \Delta \xrightarrow{f'} f'(x) = 2x - f \rightarrow 2x - f = -4 \rightarrow x = 2$$

$A(2, 2)$