نام و نام خانوادگی ......... عرفان عبداللهی ......... 19 پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ...دوازدهم ریاضی A...

---

**۱** (1)

$$f'(x)\begin{cases} -1 & ; x<0 \\ +1 & ; 0<x<1 \\ \dfrac{b}{3\sqrt[3]{x}} & ; x\geq 1 \end{cases}$$

$a+1=b$

$a-b=-1 \longrightarrow a-\frac{3}{2}=-1 \rightarrow a=\frac{1}{2}$

$a+\sqrt{x^2}=a+|x|$ $\quad a+b=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=2$

$\frac{b}{3\sqrt{1}}=1 \rightarrow \begin{array}{l} b=3 \\ a=2 \end{array}$

در نقطه $x=0$ مشتق ناپذیر، در $x=1$ مشتق پذیر است.

$a+b=5$

$f'_+(1)=f'_-(1) \rightarrow 1=\frac{2}{3}b\times x^{-\frac{1}{3}} \rightarrow 1=\frac{2}{3}b(1)^{-\frac{1}{3}} \rightarrow b=\frac{3}{2}$

---

**۲** (2)

$g(x)=\dfrac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ $\qquad f(x)=\dfrac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ $\qquad f'(1)-2g'(1)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$(f-2g(x))=\dfrac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}-\dfrac{-2x+4+2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\dfrac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\dfrac{-2\sqrt{3}\times x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}$

$-2\sqrt{3}\,x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}=-2\sqrt{3}\,x^{-\frac{1}{6}} \longrightarrow (f-2g(x))'=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}x^{-\frac{7}{6}} \xrightarrow{x=1} \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

---

**۳** (2)

$ab+c=\dfrac{1}{a}$

$$f'(x)\begin{cases} b & ; x<a \\ -\dfrac{1}{x^2} & ; x\geq a \end{cases}$$

$-\dfrac{1}{a^2}=b \longrightarrow -\dfrac{1}{a}+c=\dfrac{1}{a}$

$c=\dfrac{2}{a} \longrightarrow ac=2$

---

**۴** (2)

$$f(x)\begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^m & ; x\geq a \end{cases} \qquad f'(x)\begin{cases} 0 & ; x<a \\ m(x-a)^{m-1} & ; x\geq a \end{cases}$$

در نقطه $a$ مشتق راست دارد.

$m>0$

دراعداد صحیح بازای $m=1$ مقدار مشتق ۱ و بازای $m>1$ صفر و بازای $m<1$ $+\infty$ است.

پس در نتیجه، فقط $m=1$ قابل قبول است.

---

**۵** (2)

$(f\circ g(-\sqrt[3]{2}))' \Rightarrow \quad f\circ g=\dfrac{1}{\sqrt[3]{g(x)-|g(x)|}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{\dfrac{2}{2x^3}}}$

$g(x)=\dfrac{1}{2x^3}$

$=\sqrt[3]{x^3}=x \longrightarrow (f(g(x)))'=1$

۶

$f'(۳) = -a$

$f(۳) = -۳a - ۵$

$f'(۳) - f(۳) = ۲$

$-a + ۳a + ۵ = ۲ \longrightarrow ۲a = -۳$

$a = -\frac{۳}{۲}$

$$\frac{f(۳)}{f'(۳)} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{+\frac{۳}{۲}} = -\frac{۱}{۳}$$

۷

$$(f \circ g)'\left(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = g'\left(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}\right) \times f'\left(g\left(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}\right)\right) = -\frac{\frac{۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}}}{\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}} \times ۳۲ \times ۲$$

$$g\left(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} = ۲$$

$$f\left(g\left(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}\right)\right) = \left(x\left[۴ + \tfrac{۱}{۲}\right]\right)^۲ + ۱ = ۱۶x^۲ + ۱$$

$$= \frac{-۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۴}} \times ۳۲ \times ۲$$

$$= \frac{-۲ \times \frac{۳}{۲\sqrt{۲}}}{۳ \times \frac{۱}{۱۶}} \times ۳۲ \times ۲ = -۱۲۸\sqrt{۲} \times ۴$$

۴ برابر است.

۸

$g'(x) = f'(x+۱) + ۳f'(۳x+۱۰)$

$f'(-۱) = \frac{۳}{۲}$ $\quad T = ۵$

$g'(-۲) = f'(-۱) + ۳f'(۴)$

$f'(۴) = f'(-۱)$

$g'(-۲) = ۴f'(-۱) = ۴ \times \frac{۳}{۲} = ۶$

۹

$$\lim_{h \to ۰} \frac{f^۲(۵-h) - ۳f(۵-h) + ۲}{h(۵-h)} \xrightarrow{\frac{۰}{۰}\ \text{Hop}} \frac{-۲f(۵)f'(۵) + ۳f'(۵)}{۵}$$

$f^۲(۵) - ۳f(۵) + ۲ = ۰$

ق ق ۲ ، ۱ غ ق ق

$f(x) = (x-۴)\sqrt[۳]{x+۳} \to f'(۵) = ۲ + \frac{۱}{۳ \times ۴} = \frac{۲۵}{۱۲}$

$$-\frac{f'(۵)}{۵} = -\frac{۲۵}{۱۲ \times ۵} = -\frac{۵}{۱۲}$$

۱۰

$۶y = ۳x + ۱$

$y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۶} \longrightarrow m = -۲$

$d: -۲x + b \longrightarrow f'(x) = -۲$

$۲x - ۴ = -۲$

$x = ۱$

$d: -۲x + ۴$

$f(۱) = ۲$

$A(۱,۲)$