علیرضا اقطانی:

①

$\xrightarrow{\text{مشتق از ۲ط}} g'(x) = (۲\times\tan x\times(۱+\tan^۲ x)+(-\sqrt{۲}\sin x))\times f'(\tan^۲ x+\sqrt{۲}\cos x)$

$\to g'(\frac{\pi}{۴}) = ((۲\times۱\times۲)+(-۱))\times f'(۱+۱) \to \sqrt{۳} = ۳f'(۲) \to \boxed{f'(۲)=\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$

②

$f(x)=\frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x}$

$g(x)=\frac{۲}{۲-\cos x} \to \frac{۴+۲\cos x}{۴-\cos^۲ x}$

$f'(\frac{۷\pi}{۶})-۲g'(\frac{۷\pi}{۶}) \to (f-۲g)'(\frac{۷\pi}{۶}) \to \frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x}-\frac{۲(۴+۲\cos x)}{۴-\cos^۲ x}$

[redacted]

$\left(\frac{\cos^۳ x-۴\cos x}{۴-\cos^۲ x}\right)'(\frac{۷\pi}{۶}) \rightsquigarrow \left(\frac{\cos x\,\cancel{(\cos^۲ x-۴)}^{-۱}}{\cancel{۴-\cos^۲ x}}\right)'(\frac{۷\pi}{۶}) \to (-\cos x)'(\frac{۷\pi}{۶})$

$\longrightarrow \sin x\,\frac{۷\pi}{۶} \to \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

③ در این جا نیم مماس ها قرینه هستند! چون فقط در ⊖ ضرب شدند پس اگر اختلاف ۲√۹ است یعنی یکی √۹ و دیگری −√۹ است ⓙ

نیم مماس راست $\to (۴x-۳)\sqrt{ax}\ \xrightarrow{'}\ ۴\sqrt{ax}+\frac{a(۴x-۳)}{۲\sqrt{ax}}$

$\xrightarrow{x=\frac{۳}{۴}} ۴\sqrt{\frac{۳a}{۴}}=\sqrt{۹} \to ۲\sqrt{۳a}=\sqrt{۹} \to \sqrt{۱۲a}=\sqrt{۹} \to ۱۲a=۶ \to \boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

④

مماس بودن $\to \begin{matrix} f(a)=g(a) \\ f'(a)=g'(a) \end{matrix} \Rightarrow f(۴)=g(۴) \to f(۴)=۲-۴a \longleftarrow \boxed{g(x)=-ax+۲}$

$f'(۴)=g'(۴) \to f'(۴)=-a \longleftarrow \boxed{g'(x)=-a}$

$\to f(۴)+f'(۴) \to ۲-۵a=-۱ \to ۵a=۳ \to \boxed{a=۰٫۶}$

$\boxed{f'(۴)=-۰٫۶}$

⑤

$\boxed{۷y-x=۵} \xrightarrow{\text{شیب}} \frac{-a}{b} \to \frac{-(-۱)}{۷}=\boxed{\frac{۱}{۷}}$

$\boxed{y=\frac{x+۵}{۷}}$

اگر α نقطه مماس باشد،

$y=\frac{ax-۱}{۳x+۱} \xrightarrow{\ \prime\ } \frac{a+۳}{(۳x+۱)^۲}$

$\to \frac{\alpha+۵}{۷}=\frac{a\alpha-۱}{۳\alpha+۱}$ و $\frac{a+۳}{(۳\alpha+۱)^۲}=\frac{۱}{۷}$

$\to ۳\alpha^۲+۱۶\alpha+۵=۷a\alpha-۷$

$\to \boxed{۷a\alpha=۳\alpha^۲+۱۶\alpha+۱۲}\ \text{I}$

$\to ۷a+۲۱=۹\alpha^۲+۶\alpha+۱\ \text{III}$

$\to ۷a=۹\alpha^۲+۶\alpha-۲۰ \to \boxed{۷a\alpha=۹\alpha^۳+۶\alpha^۲-۲۰\alpha}\ \text{II}$

$\text{I},\text{II} \to ۹\alpha^۳+۶\alpha^۲-۲۰\alpha=۳\alpha^۲+۱۶\alpha+۱۲$

$\to ۹\alpha^۳+۳\alpha^۲-۳۶\alpha-۱۲=۰$

$\to ۳\alpha^۳+\alpha^۲-۱۲\alpha-۴=۰$

$\xrightarrow{\text{حدس}} \boxed{\alpha=۲}$

$\xrightarrow{\text{III}} ۷a+\cancel{۲۱}=\underset{۱۵}{\cancel{۳۶}}+۱۲+۱ \to \boxed{a=۴}$

⑥

$f'(a)=۳a^{۲}+a$

$f(۲)=۰ \to ۸+۲a-b=۰$

$f'(۲)=۰ \to ۱۲+a=۰ \xrightarrow{\times ۲} ۲۴+۲a=۰$ $\Big\} \to -۱۶-b=۰ \to \boxed{b=-۱۶}$

$\to \boxed{a=-۱۲} \longrightarrow b-a \to \boxed{-۴}$

⑦

$\text{همارزی} \to f(x)=(x)^{n+۲}$

$f'(x)=(n+۲)(x)^{n+۱}$

$(۱-\cos x)^{m} \to ۱-m\cos x$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)f'(x)}{(۱-\cos x)^{m}} \xrightarrow{\text{همارزی}} \frac{x^{n+۲}\times(n+۲)\times x^{n+۱}}{۱-m\cos x}$$

$$\to \frac{x^{۲n+۳}\times(n+۲)}{۱-m} \longrightarrow n=-\frac{۳}{۲}$$

$m=$

⑧

$f \to (۹,۲)$

$\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱}=۲ \to \cancel{\sqrt{x}}+۳=\cancel{۲}\sqrt{x}\ \cancel{x} \to \boxed{x=۹}$

$f' \to \frac{\sqrt{x}-۱}{۲\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}+۱}{۲\sqrt{x}}$

$\to \frac{-۲}{۲\sqrt{x}} \to \boxed{\frac{-۱}{\sqrt{x}}}$

$\xrightarrow{x=۹} \boxed{-\frac{۱}{۳}}$

$\boxed{(f^{-۱}(۱))' \to -۳}$ ✱ جواب

⑨

$-۱ \xrightarrow{f} ۸(۱-a) \to ۸-۸a$

$۰ \xrightarrow{f} ۱(۱)=۱$ $\Big\} \frac{\overset{۷-۸a}{\cancel{(۸-۸a)-۱}}}{+۱}=+۱۱ \to \boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$

$x=-۲a \longrightarrow \boxed{x=۱} \longrightarrow f' \to ۳\times۲x\times(x^{۲}+۱)^{۲}(ax+۱)+a(x^{۲}+۱)^{۳}$

$\to \underset{۲۴}{\cancel{۳\times۲\times۴}}+۸a \longrightarrow ۲۴-۴=\boxed{۲۰}$

⑩

$\frac{\pi}{۴} \xrightarrow{f} ۰$

$\frac{\pi}{۲} \xrightarrow{f} -۱$ $\to \frac{۰-(-۱)}{-\frac{\pi}{۴}} \to \boxed{\frac{-۴}{\pi}}$

$f \to \sin x\cos ۲x$

$g \to \sin^{۴}x-\cos^{۴}x$

$\hookrightarrow -\cos ۲x$

$\boxed{\frac{\text{اولی}}{\text{دومی}}=-۱}$

$\frac{\pi}{۴} \to ۰$

$\frac{\pi}{۲} \to ۱$ $\to \frac{۰-۱}{-\frac{\pi}{۴}}=\boxed{\frac{۴}{\pi}}$