۶

$g(x)=\frac{f(x)-1}{x} \Rightarrow \lim_{x\to 0} g(x)=\frac{f(0)-1}{0}=\frac{0}{0}$ ⊕ $\sin\alpha\sim\alpha$ $\alpha\sim 0$

$\xrightarrow{\text{Hop}} \frac{f'(x)}{1} \Longrightarrow f'(0)=2(-1)(2)=\boxed{-4}$

$f(x)=\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 \xrightarrow{f'(x)} 2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\left(\frac{2}{(x+1)^2}\right)$ جواب

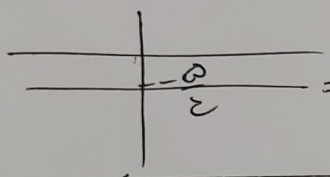
۷

⊕ خط l خطی افقی است.

⊕ برای اینکه ۲ خط بر هم عمود باشند باید شیب یکی از آنها -1 شود. چون تابع زوج است.

$y=x^2+1 \xrightarrow{\text{متقارن}} y=-x^2-1 \Rightarrow y'=-2x$

$\begin{cases} -2x=1 \to x=-1/2 \\ -2x=-1 \to x=1/2 \end{cases} \xrightarrow{x=\pm 1/2} y=-\frac{1}{4}-1=\boxed{-\frac{5}{4}}$



$\Rightarrow d$ خارج از بازه $\to$ جواب $\boxed{+\frac{5}{4}}$

۸

خط l از ۲ نقطه‌ی $(0,0)$ و $(x,\sqrt{x}(2+3x^2))$ می‌گذرد و شیب آن در نقطه‌ی x برابر مشتق تابع است.

$\frac{\sqrt{x}(2+3x^2)}{x\sqrt{x}}=\frac{2+3x^2}{\sqrt{x}}+\frac{(x)(6x)}{\sqrt{x}}$

$\Rightarrow 8x^2+4=20x^2+6 \Rightarrow 12x^2=3 \Rightarrow x^2=\frac{1}{4}$

$x=\begin{cases} +1/2 \to \in D \\ -1/2 \notin D \end{cases} \to \frac{2(3+3x)}{\frac{1}{\sqrt{x}}}=\boxed{8\sqrt{2}}$ جواب

۹

$\sqrt{x}=t \to f(x)=\frac{t}{1+t^2+3+t^2}$

خط مورد نظر به شکل $y=ax$

$\frac{t}{4+t^2+1}=at^2 \to -2at^3+at^2+at-1=0$

$\to -10a+3+3a+a+a=0 \to -3(1-2+3-1)a=0$

$f(x)=g(x)$ $f'(x)=g'(x)$

$f(1/4)=\frac{\frac{1}{2}}{-2+(\frac{1}{2})+1+\frac{1}{4}}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

جواب $\begin{cases} t=1/2 \checkmark \to x=1/4 \\ t=-1 \times \end{cases}$ $\to a=\frac{1}{2}$

۱۰

$\lim_{x\to\sqrt{5}/2^-} g(x)=2^+$ $(f\circ g)'(\sqrt{5}/2^-) \Rightarrow g'(\sqrt{5}/2^-)\, f'(2^+)$ $g'(x)=\frac{-2x}{1-x^2}$

$-\sqrt{5}\times 3$ $3\times 3\times 2$

$f(x)=(x[x])^3=x^3 \xrightarrow{f'} 3x^2$

$\sim 2^+$ $\Longrightarrow \frac{\sqrt{5}(3)\times 3\times 3\times 2}{-3\sqrt{5}}=\boxed{7}$ جواب

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ کلاس ۱۲ ..... ۸

۱

⊕ شیب نمودار در نقطه‌ی ۳ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ی ۳ می‌باشد.
خط مماس بر نمودار از ۲ نقطه‌ی (۵،۳) و (۱،۰) می‌گذرد

$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{3-1}{5-0} = \frac{2}{5}$ ← جواب

۲

⊕ ضابطه خط $y = \frac{x+4}{3}$

⊕ برای اینکه مماس باشد باید ضابطه‌ی $f(x) = g(x)$ ریشه مضاعف داشته باشد.

$\frac{x+4}{3} = \sqrt{9x-1} \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 9x - 9$

$\Rightarrow x^2 + (8-9)x + 25 = 0 \hookrightarrow \begin{cases} (x-5)^2 \Rightarrow 25 \\ (x+5)^2 \Rightarrow 25 \end{cases}$

$8 - 9a = -10 \rightarrow a = 2$

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{2x-1} \xrightarrow{a=2} f(5) = \sqrt{9} = 3$ ← جواب

۳

⊕ برای اینکه مماس باشد $f(x) = g(x)$
$f'(x) = g'(x)$
$y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4}$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2+4x+3m-1}{(x+2)^2} \xrightarrow{x=1} \frac{3}{4} = \frac{3(m+2)}{(4)(4)}$

$\Rightarrow m = 2$

$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{1+2+1}{4} = \frac{3+n}{4} \Rightarrow n = 1$

$m + n = 2 + 1 = 3$ ← جواب

۴

$\Rightarrow (3g - f)'(\frac{5\pi}{6}) = 0 \Rightarrow 3g - f \Rightarrow \frac{9}{3+8\sin\alpha} - \frac{(3-8\sin\alpha)(9+8\sin^2\alpha+24\sin\alpha)}{(3+8\sin\alpha)(3-8\sin\alpha)}$

$\Rightarrow \frac{9-9-8\sin^2\alpha-24\sin\alpha}{3+8\sin\alpha} = \frac{-8\sin\alpha(8\sin\alpha+3)}{3+8\sin\alpha} = -8\sin\alpha \xrightarrow{\text{مشتق}} -8\cos\alpha$

$\Rightarrow -8\cos(\frac{5\pi}{6}) = (-\frac{1}{4})$ ← جواب

۵

⊕ در $x = \sqrt[5]{3}$ قدر مطلق حاصل آن برون‌ی آید

$\Rightarrow (f \circ g)'(\sqrt[5]{3}) = 0 \Rightarrow f \circ g \Rightarrow \frac{-1}{5\sqrt{2 \times \frac{1}{2x^5}}} = -x$

$\rightarrow f \circ g(x) = -x \Rightarrow (f \circ g)'(x) = (-1)$ ← جواب

$\Downarrow$

$g(x) = \frac{1}{2x^5}$

$f(x) = \frac{-1}{5\sqrt{2x}}$